

Бабич В. Н.

[ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МЕТОДА РИТМОКАСКАДА](#)

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2008/12/6.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по данному вопросу.

Источник

[Альманах современной науки и образования](#)

Тамбов: Грамота, 2008. № 12 (19). С. 34-37. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/12/

[© Издательство "Грамота"](#)

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

$$\sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{\alpha - \theta \left(1 - \frac{2}{q}\right)} |a_{\bar{k}}(f)|^\theta \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{\theta \left(1 - \frac{2}{q}\right)} \leq \left\{ \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{q-2} |a_{\bar{k}}(f)|^q \right\}^{\frac{\theta}{q}} \left\{ \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{\left(\frac{\theta-1}{q}\right)\tau'} \right\}^{\frac{1}{\tau'}} \quad (11)$$

Так как $\frac{1}{\tau'} = 1 - \frac{\theta}{q}$, то $\left(\frac{\theta-1}{q}\right)\tau' = -1$. Поэтому $\sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{\left(\frac{\theta-1}{q}\right)\tau'} = \sum_{k_1=2^{s_1-1}+1}^{2^{s_1}} (|k_1|+1)^{-1} \dots \sum_{k_d=2^{s_d-1}}^{2^{s_d}} (|k_d|+1)^{-1} \leq C$, для любого s_j , $j=1, \dots, d$.

Тогда $\sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{\left(\frac{\theta-1}{q}\right)\tau'} \leq C \cdot \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} 1 \leq C \cdot (l+1)^{d-1}$ (12)

Из (11) и (12) следует, что

$$\sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^\alpha \cdot |a_{\bar{k}}(f)|^\theta \leq C \left\{ \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} (|k_j|+1)^{q-2} |a_{\bar{k}}(f)|^q \right\}^{\frac{\theta}{q}} \cdot (l+1)^{(d-1)\left(1 - \frac{\theta}{q}\right)},$$

для любого $l \in N$. Поэтому

$$\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^\alpha \cdot |a_{\bar{k}}(f)|^\theta \leq C \cdot \sum_{l=0}^{n-1} (l+1)^{(d-1)\left(1 - \frac{\theta}{q}\right)} \cdot \left\{ \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{q-2} |a_{\bar{k}}(f)|^q \right\}^{\frac{\theta}{q}} \quad (13)$$

Применяя теорему Харди-Литтльвуда ([2]) получим

$$\left\{ \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^{q-2} |a_{\bar{k}}(f)|^q \right\}^{\frac{1}{q}} \leq C \cdot \left\| \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} a_{\bar{k}}(f) e^{i\langle x, \bar{k} \rangle} \right\|_q \leq C \cdot E_{Q_l^{\bar{s}}}^\theta(f)_q.$$

Поэтому из неравенства (13) следует

$$\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l < \langle s, \gamma \rangle \leq l+1} \sum_{\bar{k} \in \rho(\bar{s})} \prod_{j=1}^d (|k_j|+1)^\alpha \cdot |a_{\bar{k}}(f)|^\theta \leq C \cdot \sum_{l=0}^{n-1} (l+1)^{(d-1)\left(1 - \frac{\theta}{q}\right)} \cdot E_{Q_l^{\bar{s}}}^\theta(f)_q.$$

Из этого неравенства следует утверждение теоремы.

Список использованной литературы

1. Бугров Я. С. Суммируемость преобразований Фурье и абсолютная сходимость кратных рядов Фурье // Труды МИАН СССР. – 1989. - Т. 187. - С. 22-30.
2. Рыщенко Н. Д. Об одной теореме вложения для функций нескольких переменных // Рукопись депонирована в ВИНТИ. – 1978. - № 1728-78. - Деп. - 29 с.
3. Темляков В. Н. Приближение функций с ограниченной смешанной производной // Труды МИАН СССР. – М.: Наука, 1986. - Т. 178.

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МЕТОДА РИТМОКАСКАДА

Бабиц В. Н.

Уральская государственная архитектурно-художественная академия

В настоящее время архитектурная иерархия новых зданий и сооружений относительно существующих является серьезной проблемой для архитекторов. В работе предложена оценка значимости свободных участков города, для их последующей застройки на основе метода ритмокаскадов.

В основе этого метода лежит идея синтеза двух повсеместно распространенных временных категорий времени: времени ритма и времени возврата. Первый образ времени дают циклические модели, а в качестве второго - сценарий перехода системы к динамическому хаосу (сценарий Фейгенбаума). Сценарий Фейгенбаума - это каскад последовательных удвоений периода (частоты) системы. Синтез осуществляется на самом быстром варианте сценария Фейгенбаума, названного *ритмокаскадом*, когда сценарий становится

масштабно-инвариантным не только в пространстве параметров, но и на временной шкале. Учет иерархических отношений в системе приводит к построению дерева ритмокаскадов [Буданов 2007: 1].

По завершению очередного периода происходит бифуркация его удвоения (увеличение или уменьшение вдвое), так последовательно образуется временной (прямой или обратный) ритмокаскад. Это - каскад Фейгенбаума, в котором точки бифуркации синхронизированы с концами периодов, т. е. это самый быстрый каскад.

В общем случае прямой ритмокаскад, стартующий в момент T_s выражается следующей формулой:

$$(T_s; T_s + T_0; T_s + 3T_0; T_s + 7T_0; \dots; T_s + |2^n - 1|T_0; \dots), n=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

где начальный член T_s не принадлежит к моменту бифуркаций удвоения периода, а время между соседними точками бифуркации последовательно удваивается. Это самый быстрый каскад Фейгенбаума, где наблюдается изменение периода вдвое (октавный принцип).

Таким образом, скорость обработки информации в системе данного множества в единицу времени выражается законом удвоения периода обработки информации при увеличении объема этой системы на один элемент.

Последовательное добавление элементов ассоциируется с чередой структурных перестроек, связанных со скачками информационного объема обработки при элементном расширении системы интервал [Лоскутов, Михайлов 1990: 2].

Рассмотрим принцип иерархической синхронизации ритмокаскадов. В момент бифуркации в некотором ритмокаскаде, все параллельно развивающиеся в системе младшие ритмокаскады (т.е. имеющие в данный момент меньший период) обрываются и стартуют - синхронизируются вновь от точки бифуркации по старшинству. Таким образом, младшие ритмокаскады существуют и свободно развиваются в промежутках между моментами бифуркаций старших, «рождаясь» и «умирая» в этих точках.

Рассмотрим бесконечный ритмокаскад, стартующий в момент времени $T_s = 0$; для простоты положим $T_0 = 1$. Согласно формуле (1) ритмокаскад принимает вид: $\{0; 1; 3; 7; 15; 31; 63; 127; \dots\}$ и, поскольку ряд нигде не обрывается, то это самый старший ритмокаскад, образующий первый уровень системы. На втором уровне системы в промежутках (окнах доступа) между точками бифуркаций первого уровня развиваются младшие, конечные ритмокаскады:

- в промежутке (1; 3) второй ритмокаскад $\{1, 2\}$,
- в промежутке (3; 7) второй ритмокаскад $\{3, 4, 6\}$,
- в промежутке (7; 15) второй ритмокаскад $\{7, 8, 10, 14\}$,
- в промежутке (15; 31) второй ритмокаскад $\{15, 16, 18, 22, 30\}$,
- в промежутке (31; 63) второй ритмокаскад $\{31, 32, 34, 38, 46, 62\}$.

Этот процесс продолжается в следующем поколении, т. е. на третьем уровне - в точках решетки, не задействованных первым и вторым уровнем, строятся конечные ритмокаскады.

Фактически ритмокаскады третьего уровня строятся внутри окон доступа ритмокаскада второго уровня (Рис. 1).

номера структурных иерархических уровней системы

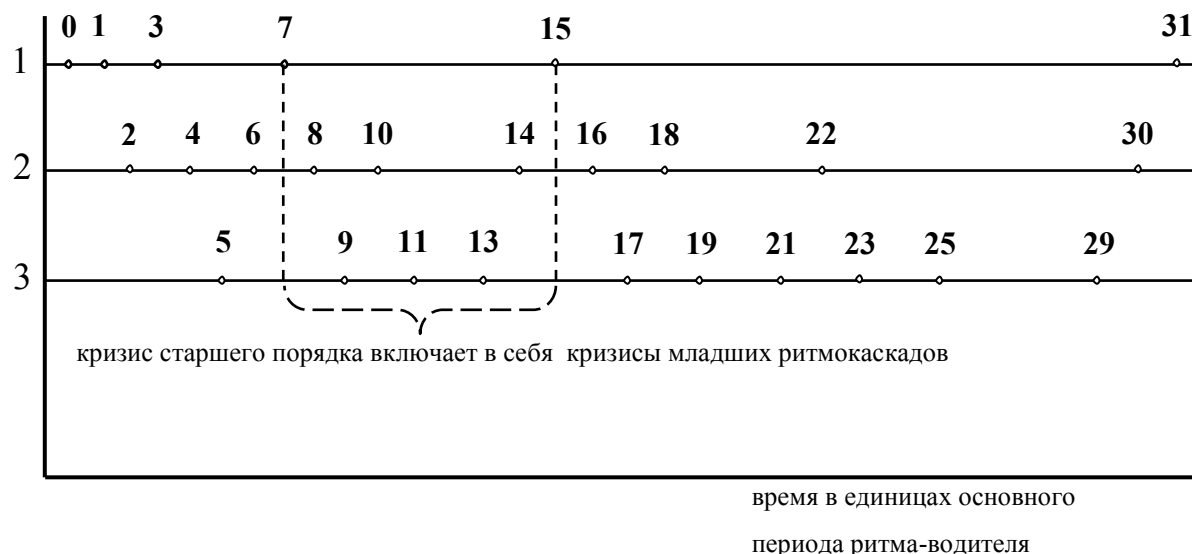


Рис. 1. Геометрическая интерпретация ритмокаскадов

в промежутке (4; 6) третий ритмокаскад {4, 5},
в промежутке (6; 8) третий ритмокаскад {6, 7},
в промежутке (8; 10) третий ритмокаскад {8, 9},
в промежутке (10; 14) третий ритмокаскад {10, 11, 13},
в промежутке (14; 16) третий ритмокаскад {14, 15},
в промежутке (16; 18) третий ритмокаскад {16, 17},
в промежутке (18; 22) третий ритмокаскад {18, 19, 21},
в промежутке (22; 30) третий ритмокаскад {22, 23, 25, 29}.

В общем случае ритмокаскады $n+1$ уровня строятся внутри окон доступа ритмокаскадов предыдущего уровня n .

Рис. 1 наглядно показывает принцип фрактальности масштабной полноты ритмокаскадов. В системе одновременно существуют все ритмокаскады, не противоречащие принципам иерархической синхронизации ритмокаскадов и признаку максимума темпа роста ритмокаскадов.

В реально проявленной системе реализуются далеко не все ритмокаскады, т. к. могут существовать дополнительные принципы запрета и ограничения: пространственно-временное окно существования системы, материальные условия, случайные внешние факторы и т. д. [Лузин 1946: 3].

Рассмотрим свойства полученных фракталов. Задать фрактал аналитически, как правило, очень сложно, его проще «вырастить», поскольку фрактал - это процесс. Например, представленная на Рис. 1 структура возникающего временного ряда имеет самоподобный фрактальный характер. Из представленного Рис. 1 ясно, что ни на одном уровне, кроме первого не существует сколь угодно долгого периодического процесса, всегда он рано или поздно обрывается, а затем возрождается вновь, однако, на первом уровне не существует ни одного периода!

Например, на втором уровне период 2 непрерывно повторяется не более четырёх раз, период 4 не более пяти раз, а на третьем уровне - не более двенадцати раз ..., после чего ритм исчезает на некоторое время. Именно такое фрактальное поведение с перебойми ритма ближе к биоритмам живых систем, т. е. возникает так называемый *дробный ритм*.

Возможно, будущее развитие архитектуры связано именно с дробным ритмом.

Рассмотрим применение метода ритмокаскадов на примере развития города Екатеринбурга в период 2008-2913 гг. В этом случае под ритмокаскадами города будем понимать:

- первый ритмокаскад есть уровень развития города, дополнительным элементом которого будет являться новый район города;
- второй (младший) ритмокаскад задает уровень развития района города, дополнительным элементом которого является новая улица;
- третий ритмокаскад есть уровень развития улицы города, дополнительным элементом которого является новый квартал;
- четвертый ритмокаскад определяет уровень развития квартала, дополнительным элементом которого будет являться отдельное здание (сооружение);
- пятый ритмокаскад определяет уровень развития здания. В этом случае дополнительным элементом является новая функция (услуга) здания.

В системе почти всегда сосуществуют уровни с противоположно направленными стрелами времени. Это можно интерпретировать как одновременное присутствие эволюции для одних уровней и инволюции для других. Стрела времени может менять свое направление на каждом уровне, за исключением первого, где период только замедляется.

Согласно сценарию Фейгенбаума, при ускорении ритма система выходит из динамического хаоса, а при замедлении приближается к нему. Реальная система имеет конечное число иерархических уровней, именно поэтому схема ритмокаскадов не может расти бесконечно долго. Система завершает свое развитие, исчерпав структурный потенциал - это и есть её предельно возможное время жизни. По завершении полного цикла существования, он, видимо, может повторяться многократно по законам объемлющей системы, например, линейный ритм с периодом, равным времени жизни системы. Поэтому время жизни системы может быть периодом ритма «водителя» для большей системы.

Фрактальность нашего временного ряда объясняется функциональным самоподобием итераций его построения, т. к. окна доступа любого уровня заполняются подобным образом. Самоподобие означает, что во всех окнах доступа, вне зависимости от уровня, за равные промежутки времени выстраиваются изоморфные структуры ритмокаскадных моделей. Тогда при наличии бесконечного числа иерархических уровней мы получаем, «выращиваем» за бесконечное время самоподобий фрактальный объект - полную схему ритмокаскадов. Это означает, что в окне доступа величины T для любого уровня этот и иерархически последующие нижележащие уровни воспроизводят программу развития всей системы за время T , которая уже состоялась и развивалась раньше на старых уровнях от момента старта системы $t=0$. Система как бы вспоминает «молодость» с момента развития.

Суть метода ритмокаскадов при анализе временных рядов сложных систем сводится к аппроксимации экспериментальной временной зависимости схемой ритмокаскадов (одним или несколькими), причем, свободными параметрами являются лишь период ритма «водителя» и момент старта схемы ритмокаскадов.

1. Буданов В. Г. Методология синергетики в постнеклассической науке и образовании. - М.: ЛКИ, 2007.
2. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Введение в синергетику. - М.: Наука, 1990.
3. Лузин Н. Н. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1946.

НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Боровиков И. Ф., Потапова Л. А.

Юргинский технологический институт (филиал) Томского политехнического университета

Научно-исследовательская работа студентов (НИРС) является одной из самых эффективных и перспективных форм организации учебного процесса. В условиях дефицита времени она позволяет познакомить наиболее способных студентов с дополнительными разделами геометрии, ввести их в курс научных проблем, научить осуществлять поиск решений прикладных задач.

Научные исследования целесообразно осуществлять в рамках кружков, к работе в которых привлекаются наиболее сильные студенты. Численность таких кружков не должна превышать 7 человек. Их тематику определяет преподаватель или сами студенты. Считаем целесообразными следующие направления студенческих научных исследований:

- конструирование технических форм на основе геометрических преобразований;
- моделирование зависимостей многофакторных процессов;
- исследование фрактальных структур.

Конструирование технических кривых сводится к построению кривых, сопрягающих точки заданного дискретного массива с выполнением некоторого набора краевых условий. В настоящее время технические кривые в большинстве случаев представляются в виде составных обводов определенного порядка гладкости. Несмотря на то, что при этом используется большая номенклатура функций, составляющие обводов зачастую выбираются без необходимого геометрического обоснования. В результате этого обвод не отвечает своему функциональному назначению, а число составляющих является завышенным. Кроме того, в различных расчетах важно иметь кривые, которые описываются одним уравнением.

В настоящее время существует достаточно много способов получения кривых. Наиболее приемлемым способом, на наш взгляд, является способ геометрических преобразований. В свою очередь, здесь можно использовать проективные преобразования и нелинейные (кремоновы) преобразования. При проективных преобразованиях задаются два проективных пучка кривых n_1 -го и n_2 -го порядков. Точки пересечения соответственных кривых образуют кривую $(n_1 + n_2)$ -го порядка, инцидентную базисным точкам пучков.

При нелинейных преобразованиях конструируемая кривая получается как изоморфный образ прямой или более простой кривой. Наиболее простыми являются расслаиваемые преобразования. Для их задания вся плоскость заполняется прямыми некоторого пучка (F_0) , и на каждой прямой задается свой проективитет. Тогда преобразование на прямых индуцирует в плоскости нелинейное инволюционное преобразование. Прямой-образу в этом преобразовании соответствует некоторая кривая n -го порядка, инцидентная фундаментальным F -точкам. Кривой порядка m будет соответствовать кривая порядка nm . Причем, в случае инцидентий прообраза F -точкам происходит распадение прообраза, в результате чего можно получать необходимый порядок конструируемых кривых. Простейшие проективные преобразования, которые можно задать на прямых пучка (F_0) - центральные симметрии. Порядок кремонова преобразования, расслаивающегося в пучке прямых с собственным центром на центральные симметрии, на единицу больше порядка кривой - носителя центров симметрий.

Практический интерес представляет случай нелинейных преобразований плоскости с пучками слабоинвариантных коник. Суть этих преобразований заключается в следующем. На плоскости задается пучок коник и центр преобразования S . Произвольная точка A выделяет из пучка конику m_A , которая прямой FA пересекается в двух точка - A и A' . Эти точки будем считать соответственными в кубической инволюции, индуцируемой в плоскости. При этом базисные точки F_1, F_2, F_3, F_4 пучка коник являются простыми фундаментальными точками, а центр преобразования S - двукратной. Образом произвольной прямой a' будет кривая третьего порядка, имеющая в точках F_1, F_2, F_3, F_4 простые, а в S - двойную точку. Если прообраз инцидентен одной или нескольким фундаментальным точкам, то из состава образа выпадают принципиальные кривые, соответствующие этим F -точкам. Конструирование кривых с помощью кубических инволюций с пучками слабоинвариантных коник является универсальным способом конструирования плоских кривых, что обусловлено разнообразием пучков коник. Студентам целесообразно рекомендовать частные случаи таких преобразований, когда пучками являются эллиптический, параболический и гиперболический пучки окружностей [Игнатьев 2006: 54]. Причем здесь возможно получение двух типов преобразований -