

Дьяченко А. Т., Барышников В. Н.

[О МЕХАНИЗМЕ РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ ПРОТОНАМИ НА ЯДРАХ ВБЛИЗИ ПОРОГА](#)

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2008/12/14.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по данному вопросу.

Источник

[Альманах современной науки и образования](#)

Тамбов: Грамота, 2008. № 12 (19). С. 57-61. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/12/

[© Издательство "Грамота"](#)

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

$$\chi_0(p, q_1, q_2) = |(p - 2q_1)X[t_1, t_0] - 2q_1X[t_1 - h, t_0]|(|d| + r_0) - \\ - \lambda \int_{t_0}^{t_1} |((p - 2q_1)X[t_1, t_0] - 2q_1X[t_1 - h, t_0])(\tau - 0.08)| d\tau + |q_1 0.5t_1 + q_2 0.5t_1|.$$

Оптимальное управление $u_0(\cdot)$ для вырожденной задачи есть

$$u_0(\tau) = \begin{cases} -\lambda \operatorname{sgn}(((p - 2q_1)X[t_1, t_0] - 2q_1X[t_1 - h, t_0])(\tau - 0.08)), & t_0 \leq \tau < t_1, \\ -\lambda \operatorname{sgn}(q_1 0.5t_1 + q_2 0.5t_1), & \tau = t_1. \end{cases}$$

Максимизирующий вектор l_0 получен при компьютерном моделировании с шагом $\Delta t = 0.1$:

$$l_0 = (-0.3, 0.9, 0.316), \quad \varepsilon_0(t_1) = 2.155.$$

Далее рассмотрим предельную задачу 2. В соответствии с (6)-(8) получим,

$$\chi^{(0)}(p, q_1, q_2) = |(p - 2q_1)X[t_1, t_0] - 2q_1X[t_1 - h, t_0]|(|d| + r_0) - \\ - \lambda \int_{t_0}^{t_1} |((p - 2q_1)X[t_1, t_0] - 2q_1X[t_1 - h, t_0])(\tau - 0.08)| d\tau + |q_1 0.5t_1 + q_2 0.5t_1 + q_1^2 t_1 / (4q_2)|.$$

Управление $u_\mu^{(0)}(\cdot)$ (5) имеет вид:

$$u_\mu^{(0)}(\tau) = \begin{cases} u^{(0)}(\tau), & t_0 \leq \tau \leq t_1 - \alpha(\mu), \\ v^{(0)}((t_1 - \tau) / \mu), & t_1 - \alpha(\mu) < \tau \leq t_1, \end{cases}$$

$$u^{(0)}(\tau) = -\lambda \operatorname{sgn}(((p^{(0)} - 2q_1^{(0)})X[t_1, t_0] - 2q_1^{(0)}X[t_1 - h, t_0])(\tau - 0.08)), \quad t_0 \leq \tau < t_1 - \alpha(\mu),$$

$$v^{(0)}(s) = -\lambda \operatorname{sgn}(q_1^{(0)} 0.5t_1 + q_2^{(0)} e^{-s} t_1), \quad s \geq 0. \quad \text{В качестве } \alpha(\mu) \text{ можно взять } \alpha(\mu) = \sqrt{\mu}.$$

В результате компьютерного моделирования получим максимизирующий вектор $l^{(0)} = (-0.2, 0.9, -0.387)$, значение функционала $\varepsilon^{(0)}(t_1) = 2.133$.

Сравнивая между собой величины $\varepsilon_0(t_1)$, $\varepsilon^{(0)}(t_1)$, имеем $\varepsilon^{(0)}(t_1) < \varepsilon_0(t_1)$.

Таким образом, данный пример подтверждает теоретические выводы: предельное управление $u^{(0)}(\cdot)$ не дает даже нулевого приближения значению $\varepsilon^0(t_1)$ при $0 < \mu \leq \mu_0$, не совпадает с решением $u_0(\cdot)$ вырожденной задачи, которое в свою очередь дает худший результат для исходной системы по сравнению с $u_\mu^{(0)}(\cdot)$. Указанные векторы l_0 , $l^{(0)}$ показывают несовпадение решений вырожденной и предельной задач.

Список использованной литературы

1. Красовский Н. Н. Теория управления движением. - М.: Наука, 1968.
2. Кремлёв А. Г. Асимптотические свойства ансамбля траекторий сингулярно возмущенной системы в задаче оптимального управления // АИТ. - 1993. - № 9. - С. 61-78.
3. Кремлёв А. Г., Гребенникова И. В. Об асимптотике оптимального управления сингулярно возмущенной системой с запаздыванием // Математика. Информационные технологии. Образование: Материалы научно-практ. конференции. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2006. - Ч. 1. - С. 36-38.
4. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. - М.: Наука, 1977.

О МЕХАНИЗМЕ РОЖДЕНИЯ ПИОНОВ ПРОТОНАМИ НА ЯДРАХ ВБЛИЗИ ПОРОГА

Дьяченко А. Т., Барышников В. Н.

Петербургский государственный университет путей сообщения
Санкт-петербургский государственный университет

В настоящей работе предложено при расчете сечения процесса $p + N \rightarrow N + N + \pi$ включить в рассмотрение процесс образования и поглощения пионов через образование Δ - резонанса. Учитывая энергетическую зависимость ширины Δ - резонанса, в сечение рождения π^0, π^+ - мезонов включен вклад дейтронного канала пионорождения.

1. В наших недавних работах [Дьяченко 2007: 1, Дьяченко 2008: 2] мы рассмотрели в рамках кинематического подхода подпороговое рождение пионов протонами на ядрах. В работе [Дьяченко 2008: 2] было указано, что наряду с процессом $p + N \rightarrow N + N + \pi$, который является единственно возможным для образования отрицательных пионов, для образования положительных пионов необходим учет канала дейтронного механизма пионорождения ($p + p \rightarrow d + \pi^+$).

В развитии этого подхода в настоящей работе предложено с той же нормировкой сечения процесса $p + N \rightarrow N + N + \pi$ включить в рассмотрение процесс образования и поглощения пионов через образование Δ -резонанса, т.е. $p + N \rightarrow N + \Delta$, $\Delta \leftrightarrow N + \pi$ [Gavron 1990: 4, Ginochio 1978: 5]. В соответствии с работой [Ginochio 1978: 5], в нашем подходе для описания экспериментальных данных [Gavron 1990: 4, Jakobsson 1997: 6], необходимо учитывать энергетическую зависимость G -ширины Δ -резонанса. Статическое значение G -ширины было выбранным близким к значению ширины брейт-вигнеровского резонанса, использовавшейся в модели образования горячего пятна (hot spot) при столкновениях тяжелых ионов с испусканием подпороговых пионов [Aichelin 1984: 3]. При этом оказалось, что для описания экспериментальных данных по рождению подпороговых π^0 -мезонов в протон-ядерных столкновениях при энергии протонов 200 МэВ [Gavron 1990: 4], необходимо включение также вклада дейтронного канала пионорождения.

2. Порог рождения мезонов в свободных нуклон-нуклонных соударениях составляет $\varepsilon = 2m_\pi + \frac{m_\pi^2}{2m_N} \approx 290$ МэВ (m_π - масса π -мезона, m_N - масса нуклона).

Сечение рождения пиона с импульсом \vec{k} на ядре можно представить

$$d\sigma_\pi(\vec{k}) = 2\pi \int l dl d\sigma \quad (1)$$

где l - параметр удара, $d\sigma$ - дифференциальное сечение процесса взаимодействия двух частиц с образованием в конечном состоянии произвольного числа вторичных частиц, которое вычисляется по формулам [Дьяченко 2007: 1, Дьяченко 2008: 2]. В случае реакции $p + N \rightarrow N + N + \pi$, где p - налетающий протон, N - нуклон, π - пион

$$d\sigma \sim |\vec{p}_0|^{-1} \cdot \frac{d^3\vec{n}}{2E_n} \cdot \frac{d^3\vec{k}}{2E_k} \cdot \frac{d^3\vec{n}'}{2E_{n'}} \cdot \delta^{(4)}(\vec{p}_0 + \vec{n}_0 - \vec{n} - \vec{n}' - \vec{k}) \quad (2)$$

Здесь $|\vec{p}_0|$ - модуль импульса налетающего протона, $\vec{p}_0, \vec{n}_0, \vec{n}', \vec{k}$ - 4-х импульсы падающего протона, нуклона мишени, вылетающих нуклонов и пиона, соответственно; $\vec{p}_0, \vec{n}_0, \vec{n}', \vec{k}$ - 3-х импульсы этих частиц.

Как было показано в работе [Дьяченко 2007: 1], из формулы (2) можно получить выражение

$$d\sigma \sim \frac{k}{p_0} \min \left(\frac{E - 2E_F}{p}, \sqrt{1 - \frac{4m_N^2}{E^2 - p^2}} \right), \quad (3)$$

где $\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{n} - \vec{k}$, $E = E_{p_0} + E_{n_0} - E_k$ и E_{p_0}, E_{n_0}, E_k - энергии падающего протона, нуклона-мишени и пиона. При выводе формулы (3) в работе [Дьяченко 2007: 1] был учтен принцип Паули для нуклонов в ядре, что нашло отражение в выражении $E - 2E_F$, где E_F - энергия Ферми.

В настоящей работе учтем, что образование пиона происходит посредством возбуждения Δ -резонанса, т.е. имеет место процесс $p + N \rightarrow N + \Delta$, $\Delta \leftrightarrow N + \pi$. Для Δ -частиц нет запрета принципа Паули, поэтому в формуле (3) необходимо заменить $E - 2E_F \rightarrow E - E_F$. Это следует из вывода формулы (3) в работе [Дьяченко 2007: 1]. Кроме того, в соответствии с результатами работ [Aichelin 1984: 3; Gavron 1990: 4; Ginochio 1978: 5] учет образования и поглощения пионов посредством Δ -резонанса вносит в формулу (3) брейт-вигнеровский фактор

$$f_{B-W} = \frac{(G/2)^2}{(E_k - E_0)^2 + (G/2)^2}, \quad (4)$$

где E_k - энергия пиона, E_0 - положение резонанса, G - ширина резонанса.

В работе [Aichelin 1984: 3], где подпороговое рождение пионов рассматривалось в случае столкновения тяжелых ионов, использовалась модель hot spot и принималось $E_0 = 140$ МэВ, $G = 160$ МэВ.

В работе [Ginochio 1978: 5] учитывалась энергетическая зависимость G -ширины Δ -резонанса

$$G(t) = G_0 \rho(t) / \rho(t_0), \quad (5)$$

$$\text{где } \rho(t) = t^3 [1 + (R_1 t)^2 + (R_2 t)^4]^{-1}, \quad (6)$$

$$G_0 = 112 \text{ МэВ}, \quad t_0 = 1.15 \text{ фм}^{-1}, \quad R_1 = 0.83 \text{ фм}, \quad R_2 = 0.62 \text{ фм}.$$

Здесь t - импульс пиона, выбранный в единицах фм^{-1} , т.е. если энергию пиона E_K подставлять в МэВ, то $t = \sqrt{E_K(E_K + 2m_\pi)} \cdot 0.50606 \cdot 10^{-2} \text{ фм}^{-1}$. Как видно статическая ширина G_0 в этой работе выбрана меньшей, чем в работе [Aichelin 1984: 3].

После усреднения двойного дифференциального сечения рождения π - мезона по импульсу внутриядерного нуклона

$$\frac{d^2\sigma}{dE_K d\Omega} \sim \frac{k}{p_0} \cdot \frac{3}{4\pi p_F^3} \cdot \int \min\left(\frac{E-E_F}{p}, \sqrt{1 - \frac{4m_N^2}{E^2 - p^2}}\right) f_{B-W} d^3n_0. \quad (7)$$

Как и в работе [Дьяченко 2008: 2] в сечение образования π^0, π^\pm - мезонов при столкновении протона с нуклоном заметный вклад может давать процесс $p + N \rightarrow d + \pi$. Двойное дифференциальное сечение этого процесса после усреднения по импульсу внутриядерного нуклона

$$\frac{d^2\sigma}{dE_K d\Omega} \sim \frac{3}{2p_F^3} \cdot \frac{k \cdot m_N}{q(2m_N + \tau_0)p_0} \cdot (T_F - \max(T_{n01}, 2T_F - \tau_0)), \quad (8)$$

$$\text{где } T_F = \frac{p_F^2}{2m_N}, \quad \vec{q} = \vec{p} - \vec{k}, \quad \tau_0 = \frac{p_0^2}{2m_N} - E_k, \quad T_{n01} = \frac{1}{m_N + \tau_0} (q^2 a - \frac{b}{2} + q\sqrt{q^2 a - ba}),$$

$$a = \frac{m_N}{m_N + \tau_0}, \quad b = 4m_N \tau_0 + \tau_0^2 - q^2.$$

Выражение для сечения пионорождения определяется формулами (7), (8), с учетом (1).

3. По формулам (1), (7), (8) были вычислены двойные дифференциальные сечения образования пионов.

На Рис. 1 приведено сравнение проинтегрированного по углам энергетического спектра $d\sigma/dE_K$ для реакции $p + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow \pi^0 + X$ при энергии протонов 200 МэВ с экспериментальными данными [Gavron 1990: 4] (гистограмма) и с результатами каскадного расчета (кружки). Кривая (1) - результат нашего расчета с учетом Δ -резонанса и вклада дейтронного канала ($p + N \rightarrow d + \pi^0$). Ширина G_0 в формуле (5) была выбрана равной 140 МэВ. Результат нашего расчета спектра близок к экспериментальным данным и оказывается меньше по абсолютной величине спектра, вычисленного в каскадном расчете [Gavron 1990: 4]. В расчете с $G_0 = 112$ МэВ [Ginocchio 1978: 5] (кривая (2)- пунктир) величина спектра оказывается вдвое меньше экспериментального.

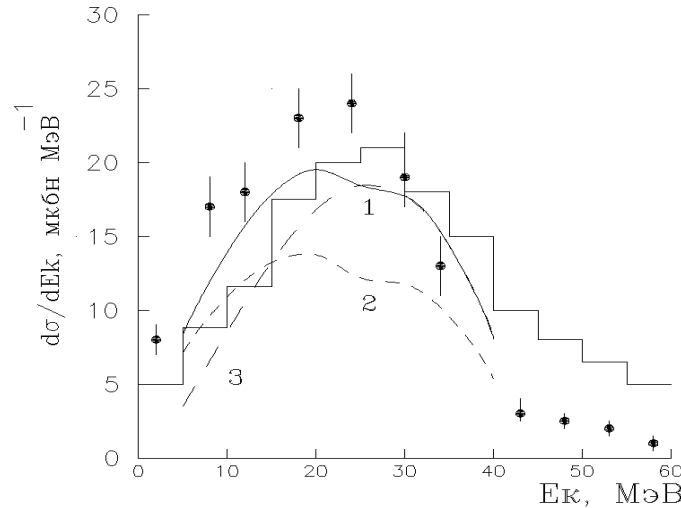


Рис. 1. Сравнение энергетического спектра для реакции $p + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow \pi^0 + X$ при энергии протонов 200 МэВ с экспериментальными данными [Gavron 1990: 4] (гистограмма) и результатами расчета по каскадной модели [Gavron 1990: 4] (кружки). Кривая (1) - результат расчета с учетом Δ -резонанса ($G_0 = 140$ МэВ) и вклада дейтронного канала. Кривая (2)-пунктир - то же, что и кривая (1), но при $G_0 = 112$ МэВ. Кривая (3) - пунктир - вклад только Δ -резонанса при $G_0 = 140$ МэВ.

Кривая (3) - пунктир показывает вклад только Δ -резонанса с $G_0 = 140$ МэВ (формула (7)) без учета дейтронного канала. Кривая (3) идет ниже экспериментальных данных. Расчет с $G_0 = 160$ МэВ - значение, которое использовалось в работе [Aichelin 1984: 3] значительно превышает экспериментальные данные. Наш расчет (кривая (1)) с учетом несколько уменьшенного по сравнению с работой [Дьяченко 2008: 2] дейтронного канала находится в удовлетворительном согласии с экспериментом.

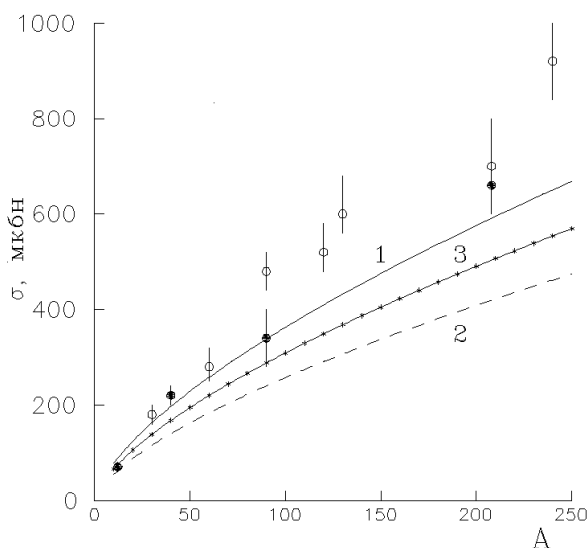
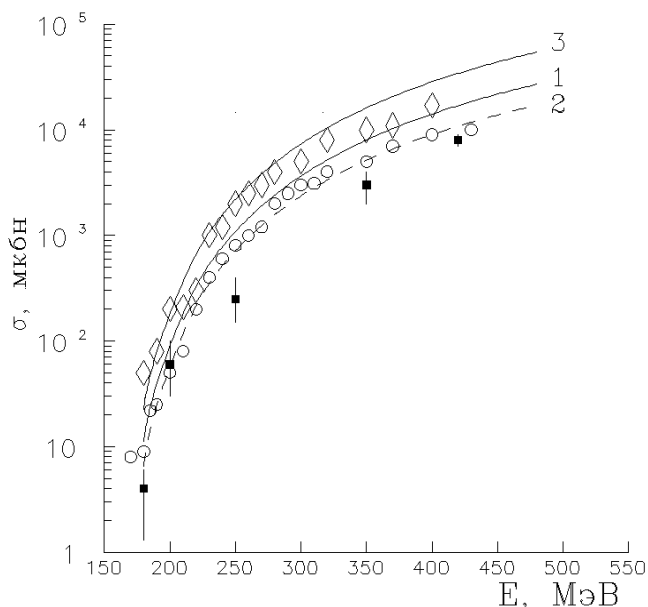


Рис. 2. Зависимость полного сечения при энергии протонов 200 МэВ от массового числа ядра-мишени. Открытые кружки - экспериментальные данные из работы [Gavron 1990: 4]. Заполненные кружки - результат каскадного расчета [Gavron 1990: 4]. Кривая (1) - наш расчет с учетом Δ -резонанса ($G_0 = 140$ МэВ) и вклада дейтронного канала. Кривая (2) - пунктир - наш расчет при $G_0 = 112$ МэВ. Кривая (3) - наш расчет при $G_0 = 140$ МэВ без учета дейтронного канала.

На Рис. 2 изображен ход полного сечения рождения π^0 -мезонов при энергии протонов 200 МэВ с различными ядрами в зависимости от их массового числа A . Кривая (1) - наш расчет по формулам (1),(7),(8) с $G_0 = 140$ МэВ. Кривая (2) - расчет с $G_0 = 112$ МэВ. Кривая (3) - расчет с $G_0 = 140$ МэВ без учета дейтронного канала. Заполненные кружки - результат каскадного расчета [Gavron 1990: 4], открытые кружки - экспериментальные данные из работы [Gavron 1990: 4]. Как видно, наш расчет по кривой (1) ближе всего к экспериментальным данным в области $A < 100$ и $A = 208$. Несколько экспериментальных точек с $A > 100$, $A > 200$ находятся выше расчетной кривой (1) с $G_0 = 140$ МэВ.

Рис. 3. Энергетическая зависимость полного сечения рождения π^+ -мезонов протонами на ядре ^{12}C (заполненные квадраты), ^{14}N (открытые кружки), ^{40}Ar (открытые ромбы). Кривая (1) - наш расчет с учетом Δ -резонанса ($G_0=140$ МэВ) и вклада дейтронного механизма для ядра ^{14}N .



На Рис. 3 приведен ход полного сечения рождения π^+ -мезонов в зависимости от энергии протонов для ядер ^{12}C (заполненные квадраты), ^{14}N (открытые кружки) и ^{40}Ar (открытые ромбы) из работы [Jakobsson 1997: 6]. Кривые (1), (3) - наш расчет с учетом $G_0 = 140$ МэВ для ^{12}C и ^{40}Ar с учетом вклада дейтронного канала, кривая (2) - расчет с $G_0 = 112$ МэВ для ^{14}N . Как видно из этого рисунка, расчет с учетом Δ -резонанса, $G_0 = 140$ МэВ и вклада дейтронного канала пионообразования согласуются с экспериментом для подпороговых энергий и превышает экспериментальное значение сечения над порогом. Квадратики - экспериментальные данные, полученные авторами для ^{12}C несколько раньше, как отмечено в работе [Jakobsson 1997: 6].

4. Таким образом, расчет пионорождения протонами на ядрах в рамках кинематического подхода позволяет включить в рассмотрение образование пионов посредством возбуждения Δ -резонанса с изменяющейся в зависимости от энергии G -шириной. Статическая ширина G_0 близка к 140 МэВ. Это значение больше значения, использованного в работе [Ginochio 1997: 5] и ниже значения из работы [Aichelin 1984: 3]. Энергетическая зависимость G -ширины необходима для воспроизведения энергетического хода сечения пионообразования согласно работе [Jakobsson 1997: 6].

Для описания экспериментальных данных пионорождения из работы [Gavron 1990: 4] помимо включения Δ -резонанса необходим учет дейтронного канала. Вместе с тем, необходимо отметить, что выбранные параметры немного недооценивают экспериментальные сечения из работы [Gavron 1990: 4] в подпороговой области и переоценивают экспериментальные сечения из работы [Jakobsson 1997: 6] в области над порогом.

Список использованной литературы

1. Дьяченко А. Т. Рождение π -мезонов протонами на ядрах вблизи порога / Дьяченко А. Т., Барышников В. Н. // Изв. РАН. Сер. физ. - 2007. - Т. 71. - № 6. - С. 905-907.
2. Дьяченко А. Т. Окологороговое рождение пионов протонами на ядрах / Дьяченко А. Т., Барышников В. Н. // Изв. РАН. Сер. физ. - 2008. - Т. 72. - № 3. - С. 371-374.
3. Aichelin J. Subthreshold Pions from Compound Nucleus? / Aichelin J., Bertsch G. // Phys. Lett. - 1984. - V. B138. - No. 5, 6. - P. 350-352.
4. Gavron A. Cascade Calculation of Subthreshold π^0 production / Gavron A., Yariv Y. // Phys. Rev. - 1990. - V. C41. - No. 5. - P. 2442-2444.
5. Ginochio J. N. Deep Inelastic Pion-Induced Nuclear Reactions in the Isobar Model / Ginochio J. N. // Phys. Rev. - 1978. - V. C17. - No. 1. - P. 195-214.
6. Jakobsson B. Gross and Fine Structure of Pion Production Excitation Functions in p-Nucleus and Nucleus-Nucleus Reactions / Jakobsson B. et al. // Phys. Rev. Lett. - 1997. - V. 78. - No. 20. - P. 3828-3831.