

Шляхтенко П. Г.

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЛА БЕСКОНЕЧНОГО СОЛЕНОИДА ВНЕ СОЛЕНОИДА

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2008/1/100.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2008. № 1 (8). С. 239-241. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/1/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

$$f_1(z) = 1 - \frac{z}{L}, \quad f_2(z) = \frac{z}{L}$$

$$a) \quad f_3(z) = \frac{C_{11}\epsilon_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{33}^2} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_4(z) = \frac{C_{11}\epsilon_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{33}^2} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$f_5(z) = (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_6(z) = (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$b), \text{ в)} \quad f_3(z) = \frac{C_{11}}{C_{33}} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_4(z) = \frac{C_{11}}{C_{33}} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$f_7(r) = (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_8(r) = (k-1)^{-2} f_{14}(r), \quad f_9(r) = \frac{C_{11}}{C_{55}} (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_{10}(r) = \frac{C_{11}}{C_{55}} (k-1)^{-2} f_{14}(r)$$

$$f_{11}(r) = \frac{C_{55}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{12}^2)} (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_{12}(r) = \frac{C_{55}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{12}^2)} (k-1)^{-2} f_{14}(r)$$

$$f_{13}(r) = r^3 - (2k+1)r^2 + (k^2+1)r - (k-1)^2, \quad f_{14}(r) = r^3 - (k+2)r^2 + (2k+1)r - 1$$

Разность потенциалов $Q(t)$ между электродированными радиальными плоскостями пьезокерамического цилиндра определяется следующим образом [Тамм 1989: 4]:

$$a) \quad V(t) = \frac{2}{k_2^2 - k_1^2} \int_{k_1}^{k_2} [\phi^*(r, L, t) - \phi^*(r, 0, t)] \cdot r \cdot dr. \quad (6)$$

где $k_1 \div k_2$ — границы электродированных торцевых поверхностей, при сплошном покрытии электродами $k_1 = k$, $k_2 = 1$.

б) в случае эквипотенциальных торцевых поверхностей имеем

$$V(t) = \phi^*(h, t) - \phi^*(0, t) \quad (7)$$

Следует заметить, что при исследовании сплошного пьезокерамического цилиндра ($k=0$) необходимо заменить (3) для $r=k$ на условия регулярности решения в центре элемента

$$U(r, 0, t) < \infty \quad W(r, 0, t) < \infty \quad \phi(r, 0, t) < \infty \quad (8)$$

Список использованной литературы

1. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Механика связанных полей в элементах конструкций / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. - Киев: Наук. думка, 1989.
2. Ермолов И. Н. Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / И. Н. Ермолов. М.: Машиностроение, 1986.
3. Сеницкий Ю. Э. Многокомпонентное обобщенное конечное интегральное преобразование и его приложение к нестационарным задачам механики // Изв. вузов. Математика. 1991. - № 4. - С. 57-63.
4. Сеницкий Ю. Э., Шляхин Д. А. Нестационарная осесимметричная задача электроупругости для толстой круглой анизотропной пьезокерамической пластины // МГТ. 1999. - № 1. - С. 78-87.
5. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. - М.: Наука, 1989.

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЕСКОНЕЧНОГО СОЛЕНОИДА ВНЕ СОЛЕНОИДА

Шляхтенко П. Г.

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна

Из многочисленных учебников общей физики известно, что магнитное поле вне бесконечного прямого соленоида, по которому протекает постоянный ток I , равно нулю. В работе критически анализируются соображения, на основе которых уважаемые авторы делают такой вывод.

Приводится также корректный расчет величины вектора магнитной индукции \mathbf{B} для соленоида с плотной навивкой провода прямоугольного сечения в этом случае, выполненный на основании очевидных «соображений симметрии» и уравнения Максвелла для циркуляции вектора \mathbf{B} для случая постоянного тока.

Сделанные вычисления убедили автора и, надеюсь, убедят также любого квалифицированного читателя в том, что магнитное поле соленоида вне соленоида не равно нулю, но совпадает с полем бесконечного прямолинейного проводника с током I , расположенным на оси соленоида.

В хорошо известных университетских учебниках курса общей физики, широко используемых при чтении курса физики в разделе «Электричество и магнетизм» для студентов физических специальностей,

например [1, 2, 3], утверждается, что магнитное поле бесконечного соленоида с током I вне соленоида равно нулю.

На Рис. 1 показан участок бесконечного соленоида с током в этом случае, использованный для доказательства этого утверждения в [1, 2].

Авторы рассматривают циркуляцию вектора \mathbf{B} по контуру $CC'D'D$ и приходят к выводу, что величина $\mathbf{B}=0$ вне соленоида. Этот вывод действительно правомочен, если верно предположение авторов о том, что предполагаемое направление этого вектора параллельно и противоположно направлению вектора \mathbf{B} внутри соленоида. Однако это предположение нуждается в доказательстве, которое в [1, 2] не приводится.

В [3] автор доказывает это утверждение с помощью Рис. 2, на котором выделены симметрично расположенные относительно точки наблюдения участки с током dl_1 и dl_2 , перпендикулярные оси симметрии соленоида. В этом случае действительно суммарный вектор индукции $d\mathbf{B}$ по закону Био-Савара-Лапласа действительно направлен вдоль образующей соленоида, но, правда, в сторону, противоположную указанной на рисунке в [3] (показано пунктиром). Однако действительное направление векторов dl_1 и dl_2 с током никогда не бывает перпендикулярно оси соленоида, но всегда идет под конечным углом к оси, который определяется шагом винтовой намотки соленоида и его диаметром. В этом случае (Рис. 3) любой выделенный элемент dl с током I даст в рассматриваемой точке результирующий вектор $d\mathbf{B}$, проекция которого dB_l на направление окружности в рассматриваемой точке, проведенной радиусом r_0 , равным расстоянию от точки до оси спирали, уже не равна нулю, и это нужно учитывать при суммировании.

Ниже автор постарается честно решить задачу, не прибегая к каким-либо искусственным утверждениям.

Рассматривается бесконечный соленоид с током I , имеющий плотную намотку проводом прямоугольного сечения.

Будем исходить из так называемых «соображений симметрии», под которыми автор понимает следствие из принципа причинности, в соответствии с которым, в неразличимых точках все физические параметры должны быть одинаковыми. Применяя эти соображения к нашей задаче, можно сделать вывод, о том, что, в общем случае, силовая линия вектора \mathbf{B} вне соленоида может иметь форму цилиндрической спирали, симметричной относительно оси симметрии соленоида, причем все точки этой спирали в рамках рассматриваемой задачи неразличимы. При этом не возникает вопрос о необходимости замкнуть эту линию, т.к. соленоид бесконечен и «краев», на которых этот вопрос был бы актуален, не имеет. Конечно, возможные, и по тем же соображениям, частные случаи спирали - окружность, когда шаг винта равен нулю, и прямая, параллельная оси симметрии, когда шаг винта бесконечно большой.

В этом случае, при корректном рассмотрении циркуляции вектора \mathbf{B} для контура l_1 (Рис. 4а), сторона которого 3,4 удалена на бесконечность, в соответствии с уравнением Максвелла в нашем случае магнитостатики ($\partial\mathbf{B}/\partial t = 0$) следует, что

$$\oint_{l_1} \mathbf{B}_l dl = \int_1^2 \mathbf{B}_l dl + \int_2^3 \mathbf{B}_l dl + \int_3^4 \mathbf{B}_l dl + \int_4^1 \mathbf{B}_l dl = \mu_0 I_{\text{охв}} = 0 \quad (I_{\text{охв}}=0), \quad (1)$$

где B_l - проекция вектора \mathbf{B} на направление dl ; $I_{\text{охв}}$ - суммарный ток, охватываемый контуром l_1 .

На бесконечности (на участке 3-4) поле соленоида, очевидно, должно совпадать с полем прямого тока, которое, как известно, обратно пропорционально расстоянию до тока, т.е. $B=0$ на этом участке, а, следовательно, и интеграл на этом участке равен нулю.

На участках 2-3 и 4-1 касательная к спирали в любой точке перпендикулярна к dl . Следовательно, $B_l=0$, и интегралы по этим участкам тоже равны нулю. Из симметрии задачи следует, что на участке 1-2 все точки неразличимы, а, следовательно, B_l -const, которую можно вынести за знак интеграла. Следовательно,

$B_l \int_1^2 dl = B_l l_{1,2} = 0$ и $B_l = 0$. т.е. проекция вектора \mathbf{B} на направление l равна нулю, а не величина вектора \mathbf{B} , как утверждается в [1-3].

Остается проверить, не является ли силовая линия вектора \mathbf{B} окружностью, проведенной вокруг оси симметрии соленоида, что никак не противоречит «соображениям симметрии», т.к. очевидно, что все точки на этой окружности неразличимы, а следовательно и проекция вектора \mathbf{B}_l во всех точках контура l_2 на Рис. 4б, выбранного в виде такой окружности будет величиной постоянной. Поэтому, применяя уравнение Максвелла для этого контура, получим:

$$\oint_{l_2} \mathbf{B}_l dl = B_l \oint_{l_2} dl = B_l 2\pi r = \mu_0 I \quad (2)$$

Откуда следует, что $B_l = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

В соответствии с правилом выбора знака тока I , его величина в (2) берется со знаком «+», если ток совпадает с направлением нормали к поверхности, натянутой на контур l_2 . Направление же нормали (орт \mathbf{e}_n) определяется направлением движения правого винта, который нужно вращать в правую сторону и по выбранному направлению обхода контура.

В нашем случае на Рис. 4б, выбранное направление обхода контура дает указанное на рисунке направление единичного вектора нормали \mathbf{e}_n , совпадающее, как видно из рисунка с направлением тока I , протекающего через поверхность, натянутую на контур l_2 , т.е.

$B_l > 0; \Rightarrow B_l = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, и, следовательно, вектор \mathbf{B} направлен вне соленоида так, как указано на Рис. 4б.

При корректном рассмотрении поля соленоида внутри соленоида в этой же задаче, необходимо также априори учесть, что возможным видом силовой линии вектора \mathbf{B} внутри соленоида также является аналогичная винтовая линия, проходящая внутри соленоида. Поэтому, применяя уравнение Максвелла для контура l_3 (Рис. 4а), аналогично (1), получим, что на участке $1', 2' \Rightarrow B_l = \mu_0 n I$. А применяя его же для контура l_4 (Рис. 4б), $\Rightarrow B_l = 0$. После чего, применяя правило знаков для охватываемых контуром l_3 токов, получим окончательно правильный ответ для вектора \mathbf{B} внутри соленоида $\Rightarrow \mathbf{B} = e_n \mu_0 n I$, совпадающий с хорошо известной формулой [1-3].

Основной вывод

Магнитное поле прямого бесконечного соленоида вне соленоида в указанных приближениях не равно нулю, но совпадает с полем прямого бесконечного проводника с током.

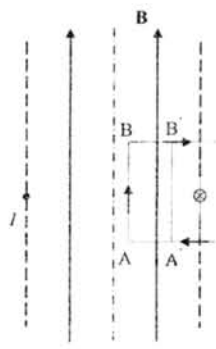


Рис.1 из [1]

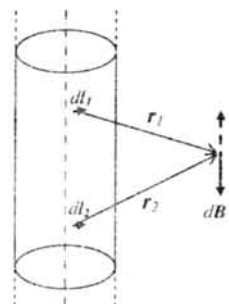


Рис.2 из [2]

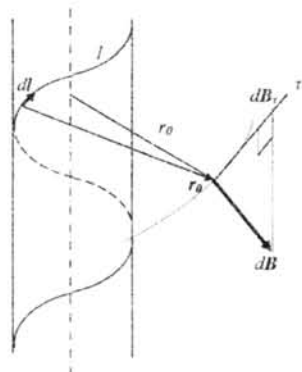


Рис.3 Вектор $d\mathbf{B}$, создаваемый элементом dl спирали с током

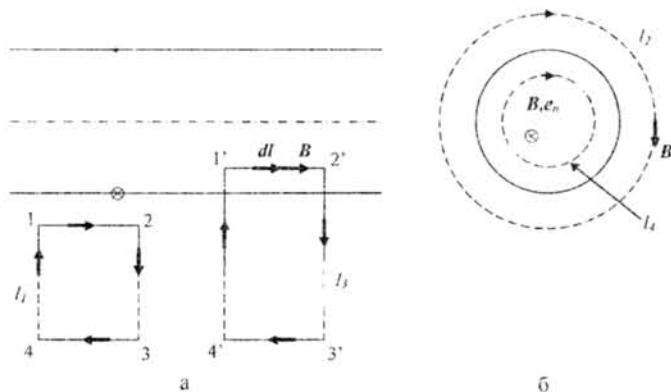


Рис.4 Корректный расчет поля соленоида (Рис.4-б- вид слева на Рис.4-а)

Список использованной литературы

1. Парселл Э. Электричество и магнетизм. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1975. - С. 210-211.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. - Т. 2: Электричество и магнетизм. - С. 149-151.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. - С. 236-237.