СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРОГОНКИ И РЕДУКЦИИ

Зорина Д. А.
Технологический институт ЮФУ, г. Таганрог

При решении различных задач возникает необходимость решения трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основным источником таких задач являются разностные аппроксимации двумерных задач математической физики, например, разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике или неявная разностная схема для двумерного уравнения теплопроводности. При этом число уравнений в системах может быть более 10^6 и однопроцессорный компьютер не может их решить или из-за недостатка памяти, или их решение займет очень много времени, поэтому возникает необходимость разработки параллельных алгоритмов решения блочно-трехдиагональных систем.

В данной работе рассмотрены методы прогонки [Коновалов 1993: 48], скалярной [Хокни, Джессоуп 1986: 274] и векторной редукции [Самарский, Николаев 1978: 130] и на основе численного эксперимента получены сравнительные характеристики.

Для исследований были составлены последовательные и параллельные программы перечисленных алгоритмов. Программы написаны на языке Си с использованием библиотеки MPI [Корнеев 2002: 7]. Эксперименты проводились на кластере распределенных вычислений (топология в виде полного графа, пакетный способ передачи сообщений), каждый узел которого это ЭВМ с процессором Intel(R) Pentium(R) 4 CPU 3.00GHz и ОЗУ объемом 1024Мб, работающий под управлением операционной системы ASPLinux на ядре 2.4.20-9asp. Вычислительные эксперименты проводились для анализа погрешности решения и для исследования эффективности реализованных алгоритмов.

Рассмотрим алгебраическую задачу, которая возникает в результате построения разностных схем и собственно дает искомое разностное решение (стационарное, либо относящееся к очередному слою по времени). Простой анализ показывает, что мы получаем в результате систему уравнений с трехдиагональной матрицей. Этот факт записывают обычно с помощью следующей системы уравнений:

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad 1 \le i \le N-1, \tag{1}$$

где A, B, C - векторы коэффициентов, F - вектор правой части, N - число точек сетки, соответственно, неизвестных задачи.

В рассмотренной работе (1) решается методами прогонки и циклической редукции. Практический эксперимент показал следующие результаты эффективности (см. Табл. 1 и Табл. 2), где p - количество процессоров кластера, N - размерность задачи, E - эффективность [Гергель, Стронгин 2003: 33].

Табл. 1. *Эффективность реализации прогонки Коновалова-Яненко*

p	N	E	p	N	E	p	N	E
3	2^{17}	0.4	4	2^{19}	0.31	7	2^{19}	0.23
	2^{18}	0.42		2^{20}	0.31		2^{20}	0.31
	2^{19}	0.45		2^{21}	0.32		2^{21}	0.32

Табл. 2. *Эффективность реализации метода скалярной редукции*

p	N	E	p	N	E	p	N	E
2	2^{19}	0.2	4	2^{19}	0.12	8	2^{19}	0.04
	2^{20}	0.21		2^{20}	0.12		2^{20}	0.05
	2^{21}	0.22		2^{21}	0.13		2^{21}	0.05

Метод векторной редукции является методом решения системы разностных уравнений, имеющих вид

$$-Y_{j-1} + CY_j - Y_{j+1} = F_j, \quad 1 \le j \le N-1,$$

$$Y_0 = F_0, \quad Y_N = F_N,$$

где Y_j - вектор неизвестных, C - трехдиагональная матрица, F_j - вектор правой части, N - размерность задачи. Показатели эффективности реализованного метода приведены в Табл. 3.

Табл. 3. *Эффективность реализации метода векторной редукции*

p	N	E	p	N	E	p	N	E
2	2^{20}	0.9	4	2^{20}	0.75	8	2^{20}	0.52
	2^{22}	0.91		2^{22}	0.79		2^{22}	0.57
	2^{24}	0.93		2^{24}	0.89		2^{24}	0.66

Максимальная размерность решаемых задач обусловлена ограничением объема физической памяти процессоров кластера. Предполагая использование МВС с p процессорами, во всех реализованных алгоритмах мы вводили равномерное линейное разбиение множества номеров узлов сетки $\Omega = \{0, 1, \ldots, N\}$ на связные подмножества $\Omega_m = \{i_1^{(m)},...,i_2^{(m)}\}$ $(m = 0,..., p-1)$, соответствующие разбиению вектора неизвестных по процессорам. В результате такого разбиения процессор с номером m обрабатывает $(i_2^{(m)} - i_1^{(m)} + 1)$ точек [Поляков, Кудряшова 2001: 139]. По такой характеристике, как объем используемой памяти, рассмотренные методы примерно равны и на размерности задачи 2^{24} занимают около 1Гб на одном процессоре кластера.

Эффективность параллельных вычислений при использовании распределенной памяти определяется в основном интенсивностью и видом выполняемых коммуникационных операций при взаимодействии процессоров. В рассматриваемых реализациях использовалась синхронная передача данных, стандартных и определенных пользователем типов. Отношение количества арифметических операций к количеству операций обмена является существенной характеристикой при достижении высокой эффективности параллельных методов. В методе скалярной редукции это отношение велико, о чем и говорит его невысокая эффективность. Рассмотрим немного подробнее обозначенную проблему. Трудоемкость операции коммуникации между двумя процессорными узлами может быть оценена в соответствии с выражением [Гергель, Стронгин 2003: 66]:

$$t_{пд} = \begin{cases} t_{нач_0} + m \cdot t_{нач_1} + (m + V_c) \cdot t_k, & n = 1 \\ t_{нач_0} + (V_{\max} - V_c) \cdot t_{нач_1} + (m + V_c \cdot n) \cdot t_k, & n > 1 \end{cases},$$

где $n = \lceil m/(V_{\max} - V_c) \rceil$ - есть количество пакетов, на которое разбивается передаваемое сообщение, величина $V_{\max}$ определяет максимальный размер пакета, который может быть доставлен в сети, а V_c есть объем служебных данных в каждом из пересылаемых пакетов, константа $t_{нач_0}$ характеризует аппаратную составляющую латентности и зависит от параметров используемого сетевого оборудования, значение $t_{нач_1}$ задает время подготовки одного байта данных для передачи по сети, $\lceil \ \rceil$ - операция вычисления минимального целого числа, превосходящего данное. В нашем случае, данные между процессорами передаются за две операции на каждом уровне редукции (со старших процессоров на младшие и наоборот), чтобы минимизировать затраты на $t_{нач_0}$. Естественно, такая оптимизация не уменьшает объем передаваемых данных.

Определим количество операций и объем передаваемых данных для скалярной редукции, где $N = 2^q$ - размерность задачи, q - целое число, p - количество процессоров, C - константа, зависящая от типа данных и не зависящая от p и N:

последовательный вариант - $Q_{AS} = \left(\sum_{k=1}^{q-1} 2^k - 1\right) * 12 + \left(\sum_{k=0}^{q-1} 2^k\right) * 5$ арифметических операций, параллельный - $Q_{AP} = \frac{2^q}{p} * q * 12 + \frac{2^q}{p}$ арифметических операций на одном процессоре. Объем передаваемых данных за весь этап выполнения - $V = \sum_{k=1}^{q} 2^k * (p-1) * C$, операций обмена - $Q_T = 2q * (p-1)$. Например, для размерности задачи $N = 255$ $(q = 8)$:

	Q_{AS}	Q_{AP}	V	Q_T
$p = 2$	4239	12420	510*C	16
$p = 4$	4239	6208	1530*C	48

Анализ практических результатов показывает, что метод скалярной редукции менее эффективен и его использование на системах с распределенной памятью нецелесообразно.

Для анализа погрешности решения СЛАУ параллельными методами были произведены возмущения вектора правых частей с использованием нормального и пуассоновского распределений, которые моделировали случайную ошибку. Для всех алгоритмов практические результаты показали совпадение решений, полученных последовательными и параллельными реализациями. Это говорит о неухудшении точности решения реализованных параллельных алгоритмов.

Список использованной литературы

1. **Гергель В. П., Стронгин Р. Г.** Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем // Учебное пособие. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2003. – 184 с.

2. **Коновалов А. Н.** Введение в вычислительные методы линейной алгебры. - Новосибирск: ВО "Наука", Сибирская издательская фирма, 1993. – 256 с.

3. **Корнеев В. Д.** Параллельное программирование в MPI. - 2-е изд., испр. - Новосибирск: Изд-во ИВМиМН СО РАН, 2002. – 215 с.

4. **Поляков С. В., Кудряшова Т. А.** О некоторых методах решения краевых задач на многопроцессорных вычислительных системах // Труды четвертой международной конференции по математическому моделированию, 27 июня - 1 июля 2000 г., г. Москва. - М.: Изд-во "СТАНКИН", 2001. - Т. 2. - С. 134-145.

5. **Самарский А. А., Николаев Е. С.** Методы решения сеточных уравнений. - М.: Наука, 1978. – 592 с.

6. **Хокни Р., Джесхоуп К.** Параллельные ЭВМ. Архитектура, программирование и алгоритмы. - Москва: «Радио и связь», 1986. – 392 с.

ЭЛЕМЕНТЫ МОДУЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ И АКТИВИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Иванов А. Ф.

Омский государственный аграрный университет

Современная ситуация в области образования требует новых подходов к процессу образования. Реализация учебного процесса обеспечивающего высокую образовательную активность обучающихся, самостоятельность их работы, индивидуализацию обучения, в настоящее время невозможна без широкого применения активных форм.

Нельзя рассчитывать на успех, если педагог активно преподает, а обучающийся не участвует в процессе усвоения знаний и умений. Процесс обучения протекает более эффективно, когда он умело управляется преподавателем в непосредственной или опосредованной форме.

Только в том случае, когда оба эти процесса функционируют во взаимосвязи, целостный процесс обучения достигает желаемого результата.

Успех учебы определяется двумя факторами: квалификацией педагога и уровнем организации самостоятельной работы обучаемых. Ведь только самостоятельная работа способствует качественному росту знаний студентов.

В настоящей работе предлагается рейтинговая система оценки деятельности студента с использованием элементов блочно-модульного обучения по физике, которая, на наш взгляд позволяет эффективно контролировать и стимулировать работу, как на занятиях, так и при подготовке к ним, т.е. поставить студента в такие условия, чтобы он постоянно занимался учебной работой, реализовать принцип: индивидуализации - организации учебно-познавательной деятельности с учетом индивидуальных способностей и возможностей обучаемого. При этом увеличивается удельный вес различных форм индивидуально-самостоятельной деятельности, включая внеаудиторную работу, подготовку к проведению лабораторных и практических работ.

Рейтинговая система - система накопительного типа, в которой индивидуальный рейтинг обучаемого определяется по результатам всех видов занятий и вариантов контроля.

Рейтинг - индивидуальный суммарный числовой показатель уровня работы студента. В течение семестра студент получает по результатам текущего и рубежного контроля знаний и умений определенное количество баллов, сумма которых и составляет его рейтинг. Достаточно высокий рейтинг гарантирует получение зачета или экзаменационной оценки «автомат» до начала сессии и значительное снижение нагрузки в конце семестра.

Принцип модульности, заключающийся в дроблении учебного материала курса физики на модули - определенные дозы, дидактические единицы (ДЕ), системно связанные и логически обособленные, с конкретными четко определенными целями, задачами, дает возможность поэтапного приобретения знаний при контроле на каждом этапе создает условия направленности обучения на конечный результат:

- каждый модуль (раздел) изучается в течение определенного времени. Учебный модуль представляет собой логически законченный раздел курса. Он обеспечен всеми необходимыми методическими материалами. Материал модуля изучается на лекциях (или самостоятельно), на практических занятиях по решению задач, при выполнении лабораторных работ и индивидуальных заданий, при подготовке к коллоквиумам и контрольным работам;
- эффективностью достижения конечной цели является рейтинг, который определяется не количеством выполненных заданий, а полнотой их выполнения (выполнение всех запланированных заданий не обязательно) и качеством работы, т.е. суммой набранных при этом баллов;
- результаты работ в их законченном виде принимаются только один раз, т.е. рейтинговая система предполагает «одноразовый» подход при контроле знаний и умений (при защите лабораторных работ, на коллоквиумах, собеседованиях по индивидуальным заданиям, выполнении контрольных работ и т.д.); повторное предъявление результатов работ не повышает рейтинга;
- время отчетности по отдельным работам модуля жестко не регламентировано. Например, решения индивидуальных заданий, отчеты по лабораторным работам могут представляться по мере готовности, но не позже границы модуля (окончания модуля).

Таким образом, принцип модульности дает возможность каждому студенту целеустремленно и преимущественно самостоятельно реализовывать свою учебно-творческую деятельность, право самостоятельно форсировать или удлинять процесс изучения дисциплины на основе оперативной регулярной самооценки и активного стремления к накоплению собственных знаний и умений, изучая дополнительную литературу, получая индивидуальные консультации и. т.д.