

Шляхин Д. А.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО АКСИАЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЦИЛИНДРА

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2008/1/99.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2008. № 1 (8). С. 236-239. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/1/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

- расширяется множество семантических правил определения экземпляра сущности предметной области, которые могут быть перенесены в реляционную базу данных на уровень определения записи;
- в процессе эксплуатации информационной системы могут изменяться не только состояние данных в базе данных, но и состояние структуры (или модели) базы данных в соответствии с изменениями в предметной области;
- расширяются возможности контроля достоверности, полноты и непротиворечивости данных;
- в случае выполнения указанных условий можно предложить пользователю ввод необходимых значений условно обязательных атрибутов, что обеспечивает поэтапный порционный ввод только необходимых в данный момент времени данных;
- контроль возможности запуска и корректной работы приложений, которым требуются значения условно обязательных атрибутов.

Метаданные для автоматизации анализа данных в терминах ПрО. Важной задачей во многих ИС является анализ конечным пользователем тех или иных данных, получаемых, в том числе, в ходе выполнения так называемых «незапланированных» запросов к базе данных. СУБД обеспечивает конечного пользователя универсальным языком запросов (обычно, язык SQL для реляционных баз данных или его модификация для объектных баз данных), позволяющий сформулировать произвольный запрос на выборку информации из соответствующей базы данных. Такой запрос может быть в любой момент подан с терминала без участия информационной системы или встроен в одну из прикладных программ, входящих в ИС. Требовать от конечного пользователя, использующего ИС в своих профессиональных целях, знания языков запросов, по крайней мере, будет необоснованно. Можно привлечь специализированные инструментальные средства анализа данных OLAP (оперативная аналитическая обработка данных) или Data Mining (добыча данных). Это могут быть встроенные средства в составе используемой СУБД, либо собственные разработки, средства сторонних разработчиков, либо некоторое сочетание трех вышеуказанных средств.

Для реализации или использования инструментальных средств анализа или добычи данных в терминах ПрО необходимы соответствующие метаданные. Такие метаданные логически могут состоять из двух частей. Первая часть - это собственно описание классов информационных объектов, их свойств (атрибутов), ограничений и взаимосвязей между объектами. Описание информационных объектов может быть реализовано в виде репозитория классов в ООСУБД, либо может быть отображено в некоторую схему реляционной БД.

Вторая часть метаданных в этом случае реализует связь описания классов информационных объектов с реальными данными в базе данных. Эта часть также может быть соответствующим образом реализована и в ОСУБД и в РСУБД.

Таким образом, современные информационные системы имеют в своем составе метаданные и соответствующие средства управления метаданными для разработчиков и последующих пользователей. Однако достаточно ли этих базовых метаданных и программных средств? В процессе проектирования и разработки информационной системы приходится решать задачи трех видов:

- проектирование и разработка логической структуры самой информационной системы как набора программ;
- проектирование лежащей в основе общего проекта информационной системы базы данных;
- проектирование и разработка интерфейсных подсистем, как тех, которые относятся к взаимодействиям информационной системы с конечным пользователем, так и тех, которые связывают прикладные программы с СУБД.

Если проектируемая информационная система достаточно сложна (а это обычное явление), то наличие «широких семантических» метаданных, привлечение соответствующих программных инструментальных средств должны повысить эффективность и снизить затраты на разработку, развертывание и сопровождение ИС.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО АКСИАЛЬНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЦИЛИНДРА

Шляхин Д. А.

Самарский государственный архитектурно-строительный университет

1. Введение

Основным элементом широкого класса импульсных преобразователей энергии является пьезокерамический цилиндр конечных размеров, работа которого основана на связанности механических и электрических полей напряжения. В связи с определенной сложностью данных теоретических исследований большинство работ сводилось к задачам электроупругости для бесконечного цилиндра при гармоническом воздействии и анализу свободных колебаниях толстой пластины при различных краевых условиях [Гринченко 1989: 1]. В [Сеницкий 1999: 4] исследовался пьезокерамический цилиндр при действии на торцах произвольной динамической нагрузки.

В настоящей работе рассматривается задача распространения вынужденных осесимметричных электроупругих волн в полном пьезокерамическом цилиндре с осевой поляризацией при действии нагрузки на аксиальных и радиальных плоскостях.

2. Постановка задачи

Полый цилиндр, занимающий в цилиндрической системе координат (r, θ, z) область $\Omega: \{a \leq r \leq b, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq z \leq h\}$, представляет собой линейно-упругое анизотропное тело. Рассматривается общий случай загрузки полого цилиндра, когда к его торцевым и радиальным поверхностям приложена осесимметричная динамическая нагрузка (нормальные напряжения) $q_1^*(r, t)$, $q_2^*(r, t)$, $q_3^*(z, t)$, $q_4^*(z, t)$. Для торцевых поверхностей можно сформулировать следующие физически реализуемые электрические краевые условия [Ермолов 1986: 2]:

- а) плоскости не электродированы или электродированы (полностью или частично) и подключены к измерительному прибору с большим входным сопротивлением, что соответствует режиму «холостого хода»;
- б) полностью электродированные эквипотенциальные плоскости подключены к измерительному прибору с малым входным сопротивлением;
- в) полностью электродированные плоскости закорочены.

На криволинейных неэлектродированных поверхностях можно удовлетворить различные механические условия. Для определенности, в дальнейшем, будем считать их свободными от касательных напряжений.

Варианты а), б) позволяют моделировать работу пьезоэлементов в приборах прямого пьезоэффекта, трансформирующих механическое воздействие в соответствующий электрический сигнал.

Дифференциальных уравнений, граничных и начальные условия рассматриваемой динамической задачи теории электроупругости в безразмерной форме имеют вид [Гринченко 1989: 1]:

$$\nabla_1^2 U + \frac{C_{55}}{C_{11}} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{(C_{13} + C_{55})}{C_{11}} \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial z} + (e_{31} + e_{15}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z} - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{C_{55}}{C_{11}} \nabla^2 W + \frac{C_{33}}{C_{11}} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{(C_{13} + C_{55})}{C_{11}} \nabla_2 \frac{\partial U}{\partial z} + e_{15} \nabla^2 \phi + e_{33} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0$$

$$e_{15} \nabla^2 W + e_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + (e_{31} + e_{15}) \nabla_2 \frac{\partial U}{\partial z} - C_{11} \varepsilon_{11} \nabla^2 \phi - C_{11} \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\text{при } z = 0, L: \quad \sigma_{zz=0} = \frac{C_{13}}{C_{11}} \nabla_2 U + \frac{C_{33}}{C_{11}} \frac{\partial W}{\partial z} + e_{33} \frac{\partial \phi}{\partial z} = q_1(r, t) \quad (2)$$

$$\sigma_{zz=L} = \frac{C_{13}}{C_{11}} \nabla_2 U + \frac{C_{33}}{C_{11}} \frac{\partial W}{\partial z} + e_{33} \frac{\partial \phi}{\partial z} = q_2(r, t)$$

$$U(r, 0, t) = U_1(r, t), \quad U(r, L, t) = U_2(r, t)$$

$$\text{а) } D_{z|z=0, L} = -C_{11} \varepsilon_{33} \frac{\partial \phi}{\partial z} + e_{31} \nabla_2 U + e_{33} \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\text{б) } E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$$

$$\text{в) } \phi(r, 0, t) = \phi(r, L, t) = 0$$

$$\text{при } r = 1, k: \quad \sigma_{rr|r=1} = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{C_{12}}{C_{11}} U + \frac{C_{13}}{C_{11}} \frac{\partial W}{\partial z} + e_{31} \frac{\partial \phi}{\partial z} = q_3(z, t) \quad (3)$$

$$\sigma_{rr|r=k} = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{U}{k} + \frac{C_{13}}{C_{11}} \frac{\partial W}{\partial z} + e_{31} \frac{\partial \phi}{\partial z} = q_4(z, t)$$

$$\sigma_{rz} = \frac{C_{55}}{C_{11}} \left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) + e_{15} \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$$

$$D_{r|r=1, k} = -C_{11} \varepsilon_{11} \frac{\partial \phi}{\partial r} + e_{15} \left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{при } t = 0: \quad U(r, z, 0) = U_0(r, z), \quad \dot{U}(r, z, 0) = \dot{U}_0(r, z) \quad (4)$$

$$W(r, z, 0) = W_0(r, z), \quad \dot{W}(r, z, 0) = \dot{W}_0(r, z),$$

где $\{U, W, r, z, L, k\} = \{U^*, W^*, r_*, z_*, h, a\}/b$, $\phi = \phi^*/(bC_{11})$, $t = t, b^{-1}\sqrt{C_{11}/\rho}$,

$$\{q_1(r, t), q_2(r, t), q_3(z, t), q_4(z, t)\} = \{q_1^*, q_2^*, q_3^*, q_4^*\}/C_{11},$$

t_* – время, $U^*(r_*, z_*, t_*)$, $W^*(r_*, z_*, t_*)$ – компоненты вектора перемещений; $\phi^*(r_*, z_*, t_*)$ –

потенциал электрического поля; ρ, C_{ms}, e_{ms} – объемная плотность, модули упругости, а также пьезомодули анизотропного электроупругого материала ($m, s = \overline{1, 5}$); $\epsilon_{11}, \epsilon_{33}$ – диэлектрические проницаемости; U_1, U_2 – известные радиальные перемещения торцов на криволинейных поверхностях; $U_0, \dot{U}_0, W_0, \dot{W}_0$ – известные в начальный момент времени перемещения, скорости перемещений;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}, \quad \nabla_1^2 = \nabla^2 - \frac{1}{r^2}, \quad \nabla_2 = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}.$$

Соотношения (1) – (4) и представляют математическую формулировку рассматриваемой начально-краевой задачи электроупругости.

3. Построение общего решения

Данное исследование осуществляется методами конечных интегральных преобразований Фурье по переменной Z и обобщенных конечных интегральных преобразований [Сеницкий 1991: 3] по R . При этом на каждом этапе предварительно производится процедура стандартизации (приведение соответствующих краевых условий к однородным). Алгоритм решения для частного случая нагружения и измерения индуцируемого электрического импульса приведен в [Сеницкий 1999: 4].

В результате получаем следующие разложения для функций $U(r, z, t)$, $W(r, z, t)$, $\phi(r, z, t)$:

$$U(r, z, t) = H_1(r, z, t) + \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \left[H_4(r, n, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_{in}, n, t) K_1(\lambda_{in} r) \|K_{in}\|^{-2} \right] \sin j_n z \quad (5)$$

$$W(r, z, t) = H_2(r, z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n^{-1} \left[H_5(r, n, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_{in}, n, t) K_2(\lambda_{in} r) \|K_{in}\|^{-2} \right] \cos j_n z$$

$$\phi(r, z, t) = H_3(r, z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n^{-1} \left[H_6(r, n, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_{in}, n, t) K_3(\lambda_{in} r) \|K_{in}\|^{-2} \right] \cos j_n z$$

$$\text{где } \Omega_n = \begin{cases} L, & (n=0) \\ L/2, & (n \neq 0) \end{cases}$$

$$H_1(r, z, t) = f_1(z)U_1 + f_2(z)U_2$$

$$\text{а) } H_2(r, z, t) = f_3(z) \left[q_1 - (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} (C_{13}\epsilon_{33} + e_{31}e_{33}) \nabla_2 U_1 \right] + f_4(z) \left[q_2 - (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} (C_{13}\epsilon_{33} + e_{31}e_{33}) \nabla_2 U_2 \right]$$

$$H_3(r, z, t) = f_5(z) \left[\frac{C_{11}\epsilon_{33}e_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{31}^2} q_1 + \left(e_{31} - \frac{C_{13}\epsilon_{33}e_{33} + e_{31}e_{33}^2}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{31}^2} \right) \nabla_2 U_1 \right] +$$

$$+ f_6(z) \left[\frac{C_{11}\epsilon_{33}e_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{31}^2} q_2 + \left(e_{31} - \frac{C_{13}\epsilon_{33}e_{33} + e_{31}e_{33}^2}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{31}^2} \right) \nabla_2 U_2 \right]$$

$$\text{б), в) } H_2(r, z, t) = f_3(z) \left[q_1 - C_{33}C_{11}^{-1} \nabla^2 U_1 \right] + f_4(z) \left[q_2 - C_{33}C_{11}^{-1} \nabla^2 U_2 \right]$$

$$H_3(r, z, t) = 0$$

$$H_4(r, n, t) = f_7(r)N_{1s}(l, n, t) + f_8(r)N_{2s}(k, n, t)$$

$$H_5(r, n, t) = f_9(r) \left[\left(1 - \frac{e_{15}^2}{C_{55}\epsilon_{11} + e_{15}^2} \right) N_{3s}(l, n, t) + \frac{C_{55}e_{15}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{15}^2)} N_{4c}(l, n, t) \right] +$$

$$+ f_{10}(r) \left[\left(1 - \frac{e_{15}^2}{C_{55}\epsilon_{11} + e_{15}^2} \right) N_{3s}(k, n, t) + \frac{C_{55}e_{15}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{15}^2)} N_{4c}(k, n, t) \right]$$

$$H_6(r, n, t) = f_{11}(r) \left[\frac{C_{11}e_{15}}{C_{55}} N_{3s}(l, n, t) - N_{4c}(l, n, t) \right] + f_{12}(r) \left[\frac{C_{11}e_{15}}{C_{55}} N_{3s}(k, n, t) - N_{4c}(k, n, t) \right]$$

$$f_1(z) = 1 - \frac{z}{L}, \quad f_2(z) = \frac{z}{L}$$

$$a) \quad f_3(z) = \frac{C_{11}\epsilon_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{33}^2} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_4(z) = \frac{C_{11}\epsilon_{33}}{C_{33}\epsilon_{33} + e_{33}^2} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$f_5(z) = (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_6(z) = (C_{11}\epsilon_{33})^{-1} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$b), \text{ в)} \quad f_3(z) = \frac{C_{11}}{C_{33}} \left(-\frac{z^2}{2L} + z - \frac{3}{8}L \right), \quad f_4(z) = \frac{C_{11}}{C_{33}} \left(\frac{z^2}{2L} - \frac{L}{8} \right)$$

$$f_7(r) = (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_8(r) = (k-1)^{-2} f_{14}(r), \quad f_9(r) = \frac{C_{11}}{C_{55}} (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_{10}(r) = \frac{C_{11}}{C_{55}} (k-1)^{-2} f_{14}(r)$$

$$f_{11}(r) = \frac{C_{55}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{12}^2)} (k-1)^{-2} f_{13}(r), \quad f_{12}(r) = \frac{C_{55}}{C_{11}(C_{55}\epsilon_{11} + e_{12}^2)} (k-1)^{-2} f_{14}(r)$$

$$f_{13}(r) = r^3 - (2k+1)r^2 + (k^2+1)r - (k-1)^2, \quad f_{14}(r) = r^3 - (k+2)r^2 + (2k+1)r - 1$$

Разность потенциалов $Q(t)$ между электродированными радиальными плоскостями пьезокерамического цилиндра определяется следующим образом [Тамм 1989: 4]:

$$a) \quad V(t) = \frac{2}{k_2^2 - k_1^2} \int_{k_1}^{k_2} [\phi^*(r, L, t) - \phi^*(r, 0, t)] \cdot r \cdot dr. \quad (6)$$

где $k_1 \div k_2$ — границы электродированных торцевых поверхностей, при сплошном покрытии электродами $k_1 = k$, $k_2 = 1$.

б) в случае эквипотенциальных торцевых поверхностей имеем

$$V(t) = \phi^*(h, t) - \phi^*(0, t) \quad (7)$$

Следует заметить, что при исследовании сплошного пьезокерамического цилиндра ($k=0$) необходимо заменить (3) для $r=k$ на условия регулярности решения в центре элемента

$$U(r, 0, t) < \infty \quad W(r, 0, t) < \infty \quad \phi(r, 0, t) < \infty \quad (8)$$

Список использованной литературы

1. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Механика связанных полей в элементах конструкций / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. - Киев: Наук. думка, 1989.
2. Ермолов И. Н. Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля / И. Н. Ермолов. М.: Машиностроение, 1986.
3. Сеницкий Ю. Э. Многокомпонентное обобщенное конечное интегральное преобразование и его приложение к нестационарным задачам механики // Изв. вузов. Математика. 1991. - № 4. - С. 57-63.
4. Сеницкий Ю. Э., Шляхин Д. А. Нестационарная осесимметричная задача электроупругости для толстой круглой анизотропной пьезокерамической пластины // МГТ. 1999. - № 1. - С. 78-87.
5. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. - М.: Наука, 1989.

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЕСКОНЕЧНОГО СОЛЕНОИДА ВНЕ СОЛЕНОИДА

Шляхтенко П. Г.

Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна

Из многочисленных учебников общей физики известно, что магнитное поле вне бесконечного прямого соленоида, по которому протекает постоянный ток I , равно нулю. В работе критически анализируются соображения, на основе которых уважаемые авторы делают такой вывод.

Приводится также корректный расчет величины вектора магнитной индукции \mathbf{B} для соленоида с плотной навивкой провода прямоугольного сечения в этом случае, выполненный на основании очевидных «соображений симметрии» и уравнения Максвелла для циркуляции вектора \mathbf{B} для случая постоянного тока.

Сделанные вычисления убедили автора и, надеюсь, убедят также любого квалифицированного читателя в том, что магнитное поле соленоида вне соленоида не равно нулю, но совпадает с полем бесконечного прямолинейного проводника с током I , расположенным на оси соленоида.

В хорошо известных университетских учебниках курса общей физики, широко используемых при чтении курса физики в разделе «Электричество и магнетизм» для студентов физических специальностей,