Рассматривается задача аппроксимации силы света точечного источника с помощью тригонометрических полиномов. Исходными данными для аппроксимации служат результаты фотометрических экспериментов. Решение задачи позволит описывать светораспределение источника одним аналитическим выражением во всем диапазоне углов. Способ аппроксимации основан на методе наименьших квадратов и отбрасывании слагаемых с малыми коэффициентами. Оценивается погрешность метода.

CLUSTERS INFLUENCE ON TRANSACTION EXPENSES REDUCTION

Sidorchenko Anatolii Evgen'evich
Krasnodar
sidat1990@mail.ru

The article considers the questions related to the influence of clusters on the transaction sector of companies and organizations; the main types of transaction expenses are singled out and the ways of their reduction are disclosed within these structures. The author draws attention to the fact that nowadays clusters are an effective instrument that conditions the growth of national economy.

Key words and phrases: cluster structure; clustering; cluster policy; transaction expenses; synergistic effect.

УДК 519.65:51-74
Физико-математические науки

Рассматривается задача аппроксимации силы света точечного источника с помощью тригонометрических полиномов. Исходными данными для аппроксимации служат результаты фотометрических экспериментов. Решение задачи позволит описывать светораспределение источника одним аналитическим выражением во всем диапазоне углов. Способ аппроксимации основан на методе наименьших квадратов и отбрасывании слагаемых с малыми коэффициентами. Оценивается погрешность метода.

Ключевые слова и фразы: тригонометрический полином; интерполяция; аппроксимация; метод наименьших квадратов; фотометрические данные.

Сыромясов Алексей Олегович, к. ф.-м. н., доцент
Прытков Сергей Владимирович
Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
syal1@yandex.ru; sergeyvladi88@gmail.com

АППРОКСИМАЦИЯ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ©

Введение. Одна из задач фотометрии – приближенное нахождение аналитической зависимости силы света I точечного источника света (ИС) от направления его излучения. Само направление задается парой сферических углов в одной из фотометрических систем – (C, γ), (A, α) или (B, β).

Исходным материалом для аппроксимации служат данные, полученные экспериментальным путем. Они могут быть представлены в виде таблицы, в которой экваториальные и меридиональные углы перечисляются с определенным шагом, и каждой паре углов соответствует измеренное значение силы света. Как правило, при измерениях шаг отсчета меридиональных углов составляет не более 5°, а экваториальных – не должен превышать 10° [5].

Для упрощения допустимо описывать светораспределение ИС не в трехмерном пространстве, а в нескольких характерных плоскостях. Тем самым один из двух сферических углов фиксируется; задача сводится к определению I в функции другого угла, который далее будет обозначаться как φ.

Без ограничения общности будем считать, что $\varphi \in [0; \Phi_0]$, где Φ_0 – длина диапазона изменения угла. Как правило, она составляет 2π или π. Чаще всего шаг отсчета угла $\Delta\varphi$ постоянен, и измеренные углы φ_k можно описать формулой

$$\varphi_k = k\Delta\varphi. \tag{1}$$

Номер k изменяется от 0 до некоторого N, причем $N\Delta\varphi = \Phi_0$. Значения силы света, излучаемого в направлениях, заданных этими углами, известны:

$$I(\varphi_k) = i_k. \tag{2}$$

По этим данным требуется приближенно отыскать функцию $I(\varphi)$.

Один из методов построения искомой зависимости – кусочно-линейная интерполяция. Она предполагает, что пары соседних точек $(\varphi_k; i_k)$ и $(\varphi_{k+1}; i_{k+1})$ в плоскости $(\varphi; I)$ соединены отрезком прямой. Несмотря на простоту, данный метод достаточно точен, что объясняется малостью величины $\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k$.

Недостатком кусочно-линейной интерполяции является то, что при разных φ зависимость силы света от направления описывается разными выражениями. В то же время иногда желательно иметь одно и то же аналитическое выражение $I(\varphi)$ для всех φ из диапазона $[0; \Phi_0]$. Например, это может оказаться удобным при расчете суммарного светораспределения нескольких ИС, расположенных в одной и той же точке. В связи с этим возникает вопрос: в каком виде искать это выражение.

Периодичность силы света и вид ее разложения. Очевидно, что функция $I(\varphi)$ является 2π-периодической: повернув на полный угол, мы возвращаемся к первоначальному направлению. Поэтому логично аппроксимировать ее тригонометрическим полиномом

$$T(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_k a_k \cos k\varphi + \sum_k b_k \sin k\varphi. \tag{3}$$

Ранее [7] предлагалось в некоторых случаях искать зависимость $I(\varphi)$ в одном из видов:

$$I = I_0(\cos\varphi)^m, I = I_0 \frac{1 + 2\cos\varphi}{3}, I = I_0 \frac{\cos\varphi + (\cos\varphi)^2}{2},$$
$$I = A\cos\varphi + B(\cos\varphi)^3 + C(\cos\varphi)^5.$$

Нетрудно показать, однако, что эти разложения представляют собой частные случаи (3). Для этого достаточно доказать (по индукции), что при натуральных m выражение $(\cos\varphi)^m$ представимо линейной комбинацией функций $\cos\varphi$, $\cos 2\varphi$, …, $\cos m\varphi$. При $m = 1$ это очевидно. Пусть утверждение справедливо для некоторого m, т.е. существуют такие коэффициенты A_0, A_1, …, A_m, что $(\cos\varphi)^m = A_0 + A_1 \cos\varphi + \ldots + A_m \cos m\varphi$. Тогда для $(\cos\varphi)^{m+1}$ получим:

$$(\cos\varphi)^{m+1} = \cos\varphi \sum_{k=0}^{m} A_k \cos k\varphi = \sum_{k=0}^{m} \frac{A_k}{2}(\cos(k-1)\varphi + \cos(k+1)\varphi).$$

Таким образом, в выражение для $(\cos\varphi)^{m+1}$ входят функции вида $\cos l\varphi$, причем l изменяется от 0 до $m+1$. Утверждение доказано.

Ниже предлагается метод построения выражения (3) по данным (1), (2). Он иллюстрируется расчетом светораспределения конкретного ИС.

Формы представления и свойства тригонометрического полинома. Ниже, следуя [6], будем предполагать, что значения всех углов φ_k, при которых измерена величина I, различны по модулю 2π.

Если количество известных значений искомой функции нечетно и равно $2n+1$, то оба суммирования в (3) происходят в пределах от 1 до n:

$$T(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi). \tag{4a}$$

При четном ($2n$) количестве точек интерполяции в тригонометрический многочлен входит лишь одно слагаемое наивысшей частоты:

$$T(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) + \rho\cos(n\varphi + \alpha).$$

Начальная фаза α может определяться из условия, что $\sin(n\varphi + \alpha) = 0$ во всех точках φ_k. В частности, для углов, удовлетворяющих (1) при $\Phi_0 = 2\pi$, это дает $\alpha = 0$. Действительно, пусть $N = 2n$ и $\Delta\varphi = \pi/N$. Поскольку нумерация величин φ_k в (1) начинается с 0, то всего этих углов $2n+1$. Но при интерполяции учитываются лишь углы, различные по модулю 2π, а их ровно $2n$, т.е. четное число (ибо $\varphi_N = 2\pi$). Учитывая, что $\Delta\varphi = \Phi_0/N = \pi/n$, получим, что вклад слагаемого $\sin n\varphi$ в значения $T(\varphi_k)$ равен $\sin k\pi = 0$. Отсюда

$$T(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) + a_n \cos n\varphi. \tag{4b}$$

Наконец, если все точки φ_k распределены на отрезке $[0; \pi]$, искомую функцию можно приблизить косинус-полиномом

$$T(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos k\varphi. \tag{4c}$$

Для определения коэффициентов многочленов следует подставить $T(\varphi)$ вместо $I(\varphi)$ в условия вида (2). Это приведет к системе линейных уравнений, решив которую, можно будет найти a_k, b_k.

Полиномы (4a)–(4c) дают наилучшее среднеквадратичное приближение для $I(\varphi)$ [Там же]. Если искомая функция непрерывна и периодична (что предполагается), то они являются и равномерным ее приближением [2].

Вместо того чтобы отыскивать коэффициенты a_k, b_k в (4a)-(4c), можно разложить $T(\varphi)$ по фундаментальным полиномам специального вида:

$$T(\varphi) = \sum_k i_k t_k(\varphi), t_k(\varphi) = \left(\prod_{j\neq k} 2\sin\frac{\varphi - \varphi_j}{2}\right) \Bigg/ \left(\prod_{j\neq k} 2\sin\frac{\varphi_k - \varphi_j}{2}\right). \tag{5}$$

Функции t_k таковы, что $t_k(\varphi_j) = 1$ при $j = k$; в противном случае $t_k(\varphi_j) = 0$.

Если точки φ_k распределены по отрезку $[0; 2\pi]$ равномерно, в частности, по правилу (1), может быть использовано представление полинома с помощью ядра Дирихле $D(\varphi)$. Для нечетного ($2n+1$) и четного ($2n$) числа точек интерполяции это представление имеет вид

$$T(\varphi) = \frac{2}{2n+1}\sum_k i_k D_{2n+1}(\varphi - \varphi_k)\,, T(\varphi) = \frac{1}{n}\sum_k i_k D_{2n}(\varphi - \varphi_k), \quad (6)$$

соответственно. Ядра D_{2n+1} и D_{2n} выражаются равенствами

$$D_{2n+1}(\varphi) = \frac{\sin(n+1/2)\varphi}{2\sin(\varphi/2)}, D_{2n}(\varphi) = \frac{\sin n\varphi}{2\,\mathrm{tg}(\varphi/2)}.$$

Как уже было отмечено, формулы (5) и (6) обладают тем преимуществом, что не требуют знания коэффициентов многочлена. С другой стороны, их применение требует значительного объема вычислений; особенно это относится к равенству (5). Возможны случаи, в которых аппроксимация для силы света одного и того же ИС будет применяться многократно, например, при расчете суммарного светораспределения нескольких ИС. В подобных ситуациях лучше заранее найти коэффициенты полиномов, ибо вычисления по формулам (4a)-(4c) – гораздо проще, чем по формулам (5) или (6).

Определение коэффициентов тригонометрических полиномов. Так как шаг отсчета углов $\Delta\varphi$ мал, объем информации, которую требуется обработать для определения искомых коэффициентов, достаточно велик. Это вызывает необходимость использовать при расчетах ЭВМ. Программное обеспечение, поставляемое вместе с современными гониофотометрами, позволяет сохранять результаты измерений в файлах, имеющих формат IESNA [8] или XLS. Данные таких форматов могут быть легко импортированы в специальные математические программные пакеты. Далее излагается алгоритм расчета, который был реализован в системе *Mathematica* [9].

1. Ввод исходных данных: Φ_0, $\Delta\varphi$ (и/или N), а также массива i_k.

2. Формирование списка функций L, по которым будет вестись разложение полинома. Понятно, что общее число таких функций не должно превышать количества условий (2). Если $\Phi_0 = \pi$, то будет применяться приближение (4c), а значит, $L = \{1, \cos\varphi, \cos 2\varphi, \ldots, \cos N\varphi\}$. При $\Phi_0 = 2\pi$ из рассмотрения исключается значение i_N, поскольку в силу 2π-периодичности силы света $I(\varphi_0) = I(\varphi_N)$. Оставшийся массив i_k содержит N значений $i_0, \ldots, i_{N-1}$. Поэтому при нечетном $N = 2n+1$ используется приближение (4a), и список L состоит из функций 1, $\cos\varphi$, $\sin\varphi$, …, $\cos n\varphi$, $\sin n\varphi$. При четном $N = 2n$ список имеет вид $L = \{1, \cos\varphi, \sin\varphi, \ldots, \cos(n-1)\varphi, \cos(n-1)\varphi, \cos n\varphi\}$, причем применяется формула (4b).

3. Вычисление коэффициентов. Поскольку список функций L (а значит, и перечень коэффициентов) известен, нетрудно составить и решить систему линейных уравнений, неизвестными в которой служат искомые a_k, b_k. Для этого можно использовать метод Гаусса.

Альтернативный подход состоит в применении метода наименьших квадратов [3]. Он обладает следующими преимуществами. Во-первых, данный подход позволяет однозначно найти коэффициенты разложения, даже если список L будет «урезан», т.е. если последовательность $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$ будет оборвана ранее, чем число функций станет равным числу условий (2). Во-вторых, в системе *Mathematica* имеется стандартная функция *Fit*, реализующая метод наименьших квадратов. Ее основными аргументами служат список значений аппроксимируемой функции (в нашем случае – i_k) и список функций L, по которым ведется разложение.

4. Исключение малых слагаемых из разложения. После выполнения шагов 1-3 величины a_k, b_k будут найдены. Однако некоторые из этих коэффициентов могут быть на порядки меньше других. Кроме того, N, как правило, велико; поэтому приближение $I(\varphi)$, содержащее N или N+1 слагаемое, весьма громоздко и не слишком удобно для дальнейшего использования. В связи с этим полученный интерполяционный полином (4a), (4b) или (4c) следует упростить, исключив малые слагаемые. Так как $|\cos k\varphi| \le 1$ и $|\sin k\varphi| \le 1$, то отбрасывание слагаемых $a_k \cos k\varphi$ или $b_k \sin k\varphi$ дает вклад в абсолютную погрешность, не превышающий $|a_k|$ или $|b_k|$, соответственно.

Перед исключением слагаемых найдем $M = \max i_k$ и выберем «допуск» μ – малое положительное число. Будем отбрасывать лишь слагаемые, удовлетворяющие неравенствам $|a_k| \le \mu M$ или $|b_k| \le \mu M$ (для этого можно использовать функцию *Chop*, встроенную в систему *Mathematica*). При этом необходимо учитывать, что суммарная абсолютная погрешность, вызванная отбрасыванием малых слагаемых, будет превышать μM. Тригонометрический многочлен, полученный в итоге, будем обозначать $P(\varphi)$.

Дополнительной причиной для исключения малых слагаемых служит то, что измерения силы света осуществляются с некоторой погрешностью. Согласно действующему ГОСТ [4], ее допустимое значение составляет до 5%, хотя современные гониофотометры обеспечивают точность до 0,5%. Значения коэффициентов могут находиться в рамках погрешности измерений.

Погрешность тригонометрической аппроксимации. Сначала найдем абсолютную погрешность метода Δ, а затем, сравнив ее с результатами измерений, вычислим относительную погрешность δ. Исходя из практических соображений, хорошим результатом при аппроксимации светораспределения служит погрешность δ около 1-2%. Допустимы значения δ в районе 3-4%.

Имеется несколько способов оценки абсолютной погрешности. Например, можно было бы использовать следующую теорему [2]. Если функция $f(x)$ и ее производные $f'(x)$, $f''(x)$, …, $f^{(m)}(x)$ непрерывны на отрезке длины $2l$ и имеют равные значения на его концах, а $(m+1)$-я производная $f^{(m+1)}(x)$ на этом отрезке – кусочно-непрерывна, то для коэффициентов ряда Фурье

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos\frac{k\pi x}{l}+b_k\sin\frac{k\pi x}{l}\right)$$

выполняются соотношения $a_k = o(k^{-(m+1)})$, $b_k = o(k^{-(m+1)})$, а ряды с общим членом $k^{\nu}(|a_k|+|b_k|)$ сходятся при всех $\nu = 0, \ldots, m$.

Поэтому, если в разложении (4a) ограничиться слагаемыми до $\cos n\varphi$ и $\sin n\varphi$ включительно, ошибка при отбрасывании остальных слагаемых будет иметь порядок малости более высокий, чем у выражения

$$\sum_{k=n+1}^{\infty}\frac{1}{k^{m+1}}=\frac{1}{mn^m}+o\left(\frac{1}{n^m}\right).$$

Определив n, исходя из известного значения N, можно будет оценивать абсолютную погрешность величиной C/n^m, где C – некоторая постоянная, быть может, не равная $1/m$. К этой величине потребуется прибавить сумму модулей коэффициентов, отброшенных из-за их малости.

Применение такого способа оценки Δ наталкивается на два возражения. Во-первых, степень гладкости m функции $I(\varphi)$ заранее неизвестна. Во-вторых, найти заранее сколь-нибудь точное значение константы C затруднительно.

Вторым способом оценки является правило Рунге [1]. Пусть исходными данными для интерполяции служат значения функции в точках, взятых с некоторым шагом h. Чтобы найти Δ, вычисления производят с шагом $h/2$, после чего погрешностью считают разницу между приближенными значениями искомой величины, полученными при вычислениях на крупной и мелкой сетке.

Этот способ также имеет недостатки. Во-первых, он требует наличия двух массивов измерений i_k, а не одного. Если же имеется единственный массив, то можно сравнивать значения $I(\varphi)$, полученные при интерполяции с шагом $\Delta\varphi$ и $2\Delta\varphi$ (в последнем случае известные значения i_k берутся через одно). Но тогда будет найдена погрешность аппроксимации с большим шагом $2\Delta\varphi$, которая, очевидно, окажется сильно завышенной. Во-вторых, придется дополнительно учитывать погрешность, возникшую при переходе от многочлена $T(\varphi)$, построенного по формулам (4a)-(4c), к $P(\varphi)$.

В связи с недостатками двух данных методов будем вычислять относительную погрешность аппроксимации по формуле

$$\delta=\max_k\frac{|P(\varphi_k)-i_k|}{i_k}\cdot 100\%. \tag{7}$$

Тем самым, метод оценивается по тому, насколько хорошо полученный многочлен $P(\varphi)$ приближает данные измерений, и предполагается, что в точках, не совпадающих с φ_k, погрешность имеет примерно ту же величину.

Необходимо учесть, что когда φ «пробегает» значения от 0 до Φ_0, значение силы света может изменяться в сотни раз. Например, так будет обстоять дело, если в одной из характерных плоскостей ИС описывается концентрированной кривой силы света. Поскольку $P(\varphi_k) \neq i_k$, то при малых силах света значение выражения

$$\frac{|P(\varphi_k)-i_k|}{i_k}\cdot 100\%$$

может достигать сотен процентов, в то время как при больших i_k оно не превысит 2-3%. С другой стороны, направления, в которых свет излучается настолько слабо, что его сила отличается от максимальной в сотни раз, неважны с практической точки зрения. Фактически, в указанных направлениях ИС излучать не должен. Значит, при вычислении относительной погрешности такие значения i_k и φ_k можно не брать во внимание. При использовании (7) предлагается учитывать лишь те измеренные значения силы света, которые отличаются от максимального не более чем вдвое: $i_k \geq M/2$.

Хотя погрешность оценивается лишь для сравнительно больших i_k, при построении многочлена $P(\varphi)$ учитываются *все* измеренные значения I. Пренебрежение малыми i_k и соответствующими φ_k на стадии построения полинома будет означать, что поведение $I(\varphi)$ в некоторых диапазонах изменения φ останется неизвестным. Поведение $P(\varphi)$, найденного на основании неполных данных, может сильно отличаться от реального, причем не только количественно, но и качественно: многочлен может принимать значения, в разы превышающие максимально допустимое M, и т.д.

Пример использования метода. Изложенный метод нахождения аппроксимирующего полинома и вычисления погрешности был использован при описании светильника СДУ-01-60-001 в системе (C, γ). Для наглядности результаты измерений и расчетов будут изображаться в полярной системе координат, где радиусом служит сила света. Отметим, что C изменяется в пределах от 0° до 360°, γ – в пределах от 0° до 180°; шаги отсчета углов при измерениях составляют $\Delta C = 5°$ и $\Delta\gamma = 1°$, соответственно. Изучим светораспределение этого ИС в трех характерных плоскостях.

Плоскость $\gamma = 90°$. Величина $N = 360/5 = 72$. Так как значения силы света при $C = 0°$ и $C = 360°$ равны, то последняя из величин $i_0, i_1, \ldots, i_{72}$ исключается из рассмотрения. Значит, тригонометрический многочлен нужно строить по данным 72 измерений, список базисных функций имеет вид $L = \{1, \cos C, \sin C, \ldots, \cos 35C, \sin 35C, \cos 36C\}$, и следует применять формулу (4b).

Максимальное значение силы света M в данной плоскости равно 749,09 Кд, а минимальное – 1,30 Кд. Как и в двух других плоскостях, изучаемых далее, налицо большой перепад значений величины I. В качестве допуска здесь и далее выбрана величина $\mu = 0{,}005$. В данном конкретном случае это означает, что из многочлена будут исключены все слагаемые, коэффициенты при которых по модулю меньше 3,745. После такого исключения полином $P(C)$ содержит 13 слагаемых вместо 72. Для примера приведем этот многочлен:

$P(C) = 249{,}43 - 14{,}23\cos C + 362{,}36\cos 2C - 19{,}32\sin 2C - 9{,}29\cos 3C - 4{,}41\sin 3C + 119{,}10\cos 4C - 13{,}71\sin 4C - 13{,}00\cos 6C - 17{,}47\cos 8C + 4{,}33\sin 8C + 5{,}35\cos 10C + 4{,}89\cos 12C$.

На Рис. 1 изображены экспериментальные данные (обозначены точками) и светораспределение, рассчитанное с помощью полинома P (сплошная линия).

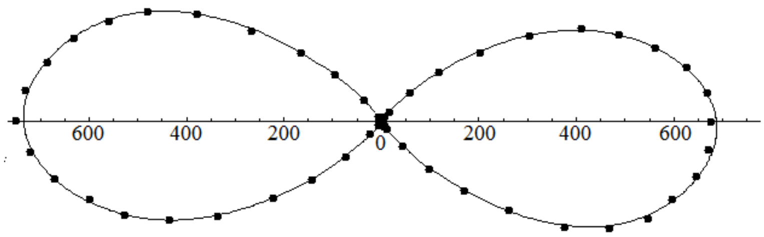

Рис. 1. *Светораспределение в плоскости* $\gamma = 90°$

Относительная погрешность аппроксимации равна $\delta = 2{,}4\%$.

Плоскости $C = 0°$ *и* $C = 90°$. Значение N составляет 180/1 = 180; тем самым, общее количество измерений равно 181. На отрезок длины 360° эти фотометрические данные будут продолжены четным образом, поэтому при построении тригонометрического полинома используются лишь косинусы кратных дуг. Это значит, что $L = \{1, \cos\gamma, \ldots, \cos 180\gamma\}$.

Наибольшая измеренная сила света в плоскости $C = 0°$ равна 2570,32 Кд, а наименьшая – 19,48 Кд. После исключения малых составляющих многочлен $P(\gamma)$ содержит 11 слагаемых вместо 181, которые входили в полином (4c). Светораспределение в данной плоскости изображено на Рис. 2.

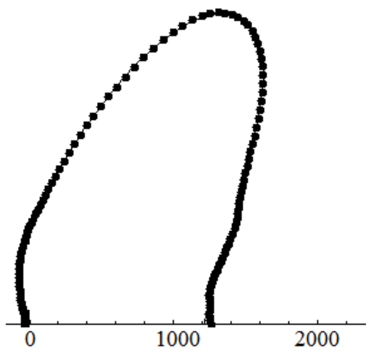

Рис. 2. *Светораспределение в плоскости* $C = 0°$

Относительная погрешность для плоскости $C = 0°$, вычисленная по формуле (7), равна 2,2%. Следует отметить, что это – максимальное значение указанной величины, а в большинстве точек совпадение экспериментальных и расчетных значений почти идеально.

В плоскости $C = 90°$ величина $M = 1268{,}24$ Кд, минимальная сила света составляет 1,29 Кд. Полином $P(\gamma)$ в итоге содержит всего 10 слагаемых, а относительная погрешность составляет 1,5%. Зависимость силы света от направления в данной плоскости отражена на Рис. 3.

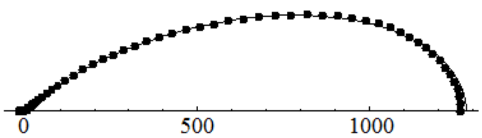

Рис. 3. *Светораспределение в плоскости* $C = 90°$

Заключение. В статье изучен вопрос об аппроксимации силы света тригонометрическими полиномами на основе экспериментальных данных. Этот способ приближения обладает рядом достоинств. Во-первых, он позволяет получить единое выражение для искомой функции на всем диапазоне изменения аргумента. Во-вторых, он «физичен» – при данном способе аппроксимации сохраняется такое важное свойство силы света как ее периодичность относительно угла. Проведено сравнение форм представления полинома. С учетом практических соображений разработан метод оценки погрешности тригонометрической аппроксимации. Показано, что исключение малых слагаемых позволяет существенно упростить итоговое аналитическое выражение. Работоспособность метода проверена на примере конкретного осветительного прибора.

Список литературы

1. **Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.** Численные методы. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. 640 с.
2. **Будак Б. М., Фомин С. В.** Кратные интегралы и ряды. 3-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 512 с.
3. **Гмурман В. Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. 9-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2004. 404 с.
4. **ГОСТ 17616-82. Лампы электрические. Методы измерения электрических и световых параметров.** Введен 1983-01-01. М.: Государственный комитет СССР по стандартам; Изд-во стандартов, 1983. 50 с.
5. **ГОСТ Р 54350-2011. Приборы осветительные. Светотехнические требования и методы испытаний.** Введен 2012-07-01. М.: Госстандарт России; Изд-во стандартов, 2011. 70 с.
6. **Зигмунд А.** Тригонометрические ряды: в 2-х т. / пер. с англ. О. С. Ивашева-Мусатова; под ред. Н. К. Бари. М.: Мир, 1965. Т. 2.
7. **Кнорринг Г. М.** Светотехнические расчеты в установках искусственного освещения. Л.: Энергия, 1973. 200 с.
8. **IESNA LM-63-95. IESNA Recommended Standard File Format for Electronic Transfer of Photometric Data.** New York: Illuminating Engineering Society of North America, 1995.
9. **Wolfram Mathematica 9** [Электронный ресурс]. URL: http://www.wolfram.com/mathematica (дата обращения: 07.04.2014).

PHOTOMETRIC DATA APPROXIMATION WITH ONE VARIABLE TRIGONOMETRIC POLYNOMIALS

Syromyasov Aleksei Olegovich, Ph. D. in Physical-Mathematical Sciences, Associate Professor
Prytkov Sergei Vladimirovich
Ogarev Mordovia State University
syal1@yandex.ru; sergeyvladi88@gmail.com

The authors consider the problem of the approximation of the point source light intensity using trigonometric polynomials. Initial data for approximation are the results of photometric experiments. The solution of the problem allows one to describe the source light distribution by one analytic expression throughout the entire range of angles. The approximation method is based on the least-squares method and dropping components with low coefficients. The error of the method is estimated.

Key words and phrases: trigonometric polynomial; interpolation; approximation; least-squares method; photometric data.

УДК 37.013.73(540)
Педагогические науки

Статья посвящена изучению альтернативных индийских школ, опирающихся в своей деятельности на ценности традиционной педагогики. Автор рассматривает культурно-исторические причины отказа Индии от своего педагогического наследия в пользу западной англоязычной модели образования в XIX веке и проводит анализ опыта педагогов-новаторов, направленного на возрождение национальной школьной системы, адаптированной к современным условиям.

Ключевые слова и фразы: традиционная педагогика; альтернативная школа; вестернизация образования; патхашала; ашрам.

Тененёва Наталья Витальевна, к. пед. н.
Юго-Западный государственный университет, г. Курск
natviten@yandex.ru

ЦЕННОСТИ ТРАДИЦИОННОЙ ПЕДАГОГИКИ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ СОВРЕМЕННОЙ ИНДИИ©

На протяжении многих веков индийская цивилизация формировалась под влиянием религиозно-философских, а не политических и экономических течений. Отсюда особое отношение к образованию, которое всегда ценилось не само по себе, а как неотъемлемая часть религиозного мировосприятия. Получить образование стремились не для материального благополучия, а ради реализации своего высшего жизненного предназначения.

В свете вышесказанного становится понятно то огромное внимание, которое уделялось созданию и поддержке школьного образования в Индии в доколониальный период. Как свидетельствуют самые разные