

Боровиков Иван Федорович, Овсянникова Татьяна Николаевна

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Преподавание начертательной геометрии, являющейся одной из основных учебных дисциплин в техническом вузе, должно базироваться на сочетании синтетических и аналитических методов. Для обеспечения этого подхода авторами разработан комплекс индивидуальных домашних заданий. При их выполнении студенты должны использовать графические, аналитические и графоаналитические методы с последующей разработкой программ на алгоритмическом языке. Внедрение такого подхода в учебный процесс позволит обеспечить межпредметную связь с аналитической геометрией и информатикой, а также приведет к пониманию студентами целесообразности сочетания аналитических и графических методов при геометрическом моделировании.

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2015/10/5.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2015. № 10 (100). С. 30-32. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2015/10/

© Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: www.gramota.net

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: almanac@gramota.net

УДК 378.1

Педагогические науки

Преподавание начертательной геометрии, являющейся одной из основных учебных дисциплин в техническом вузе, должно базироваться на сочетании синтетических и аналитических методов. Для обеспечения этого подхода авторами разработан комплекс индивидуальных домашних заданий. При их выполнении студенты должны использовать графические, аналитические и графоаналитические методы с последующей разработкой программ на алгоритмическом языке. Внедрение такого подхода в учебный процесс позволит обеспечить межпредметную связь с аналитической геометрией и информатикой, а также приведет к пониманию студентами целесообразности сочетания аналитических и графических методов при геометрическом моделировании.

Ключевые слова и фразы: начертательная геометрия; аналитическая геометрия; графоаналитические методы; первая позиционная задача; метрические задачи; межпредметные связи.

Боровиков Иван Федорович, к.т.н., доцент

Овсянникова Татьяна Николаевна

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

bif1986@mail.ru; ovm21@yandex.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ[©]

Современное состояние науки и техники настоятельно требует обновления начертательной геометрии, являющейся одной из основных учебных дисциплин в системе высшего технического профессионального образования [1; 4; 7]. С целью формирования предметно-специализированных компетенций структура и содержание дисциплины должны способствовать переходу от догматического преподавания дисциплины, которое практически не менялось в течение двух столетий со времен Г. Монжа, на путь диалектического сочетания синтетических и аналитических методов решения задач [2-4; 6; 7].

Для решения этой задачи в первую очередь необходимо изменить систему самостоятельных индивидуальных заданий, в процессе выполнения которых студенты в основном усваивают учебный материал. Практически во всех вузах исходные условия задаются графически. При их выполнении студенты используют графические методы. Практически вся учебная литература по начертательной геометрии, за исключением учебника профессора Г. С. Иванова [3], построена на синтетической основе. Авторами данной публикации разработан банк заданий по четырем основным темам курса (тридцать индивидуальных вариантов в каждой теме), в которых исходные условия задаются в аналитическом виде. Приведем примеры заданий.

Основная первая позиционная задача. Найти точку пересечения прямой $l: \frac{x-40}{15} = \frac{y-15}{20} = \frac{z-110}{-18}$

с плоскостью $\Gamma(A, B, C)$, $A(90, 15, 20)$, $B(125, 55, 90)$, $C(30, 95, 90)$.

Метрические задачи. Построить проекции равнобедренного треугольника MCD , плоскость которого перпендикулярна плоскости $\Delta(ABC)$, а основание CD принадлежит этой плоскости.

$A(140, 45, 20)$, $B(75, 80, 90)$, $C(30, 30, 45)$, $M(100, 15, 85)$.

Способы преобразования. В плоскости $\Sigma(A, m)$ построить центр окружности, проходящей через точку A и касающейся прямой m .

$A(110, 90, 36)$,

$$m: \frac{x-40}{20} = \frac{y-15}{25} = \frac{z-110}{-10}.$$

Взаимное пересечение поверхностей. Построить линию пересечения поверхностей Γ и Φ .

$$\Gamma: \begin{cases} (x-100)^2 + (y-88)^2 + z^2 = 65^2, \\ 0 \leq z \leq 65. \end{cases}$$

$$\Phi: \begin{cases} (x-85)^2 + (y-103)^2 = 35^2, \\ 0 \leq z \leq 90. \end{cases}$$

Решение каждой задачи должно быть выполнено тремя способами: аналитическим, графическим, графоаналитическим. Наиболее подготовленным студентам предлагается составление программы на одном из алгоритмических языков. В основу программы могут быть положены либо аналитический, либо графоаналитический методы. Внедрение такого подхода в учебный процесс позволит обеспечить межпредметную связь с аналитической геометрией и информатикой, а также приведет к пониманию студентами целесообразности сочетания аналитических и графических методов при геометрическом моделировании.

Проиллюстрируем сказанное на примере решения основной первой позиционной задачи. Пусть требуется определить точку пересечения прямой l с плоскостью $\Gamma(A, B, C)$. $l: \frac{x-a}{m} = \frac{y-b}{n} = \frac{z-c}{k}$, $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$, $C(x_C, y_C, z_C)$.

Аналитическое решение задачи. Представим уравнение плоскости Γ в виде:

$$Mx + Ny + Kz + L = 0,$$

где:

$$M = \begin{vmatrix} y_A & z_A & 1 \\ y_B & z_B & 1 \\ y_C & z_C & 1 \end{vmatrix}, \quad N = \begin{vmatrix} z_A & x_A & 1 \\ z_B & x_B & 1 \\ z_C & x_C & 1 \end{vmatrix}, \quad K = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}, \quad L = - \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}.$$

Совместное решение уравнений прямой l и плоскости Γ дает выражения для координат точки $P = l \cap \Gamma$.

Графическое решение задачи. По заданным условиям на двухкартинном чертеже Монжа строятся проекции прямой l и точек A, B, C , определяющих плоскость Γ (Рис. 1). Горизонтальная проекция l_1 прямой l описывается уравнением:

$$\frac{x-a}{m} = \frac{y-b}{n},$$

а фронтальная l_2 :

$$\frac{x-a}{m} = \frac{z-c}{k}.$$

Задача решается по следующему алгоритму:

- заданная прямая l заключается во вспомогательную фронтально проецирующую плоскость Δ ;
- находится прямая q пересечения плоскости Δ с плоскостью Γ ;
- находится точка P пересечения прямой q с заданной прямой l , которая будет являться искомой точкой пересечения прямой l с плоскостью Γ .

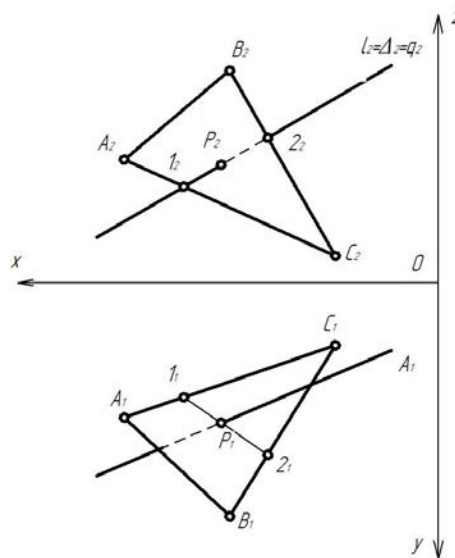


Рис. 1. Графический способ решения основной первой позиционной задачи

Графоаналитический способ. Для определения координат x_1, z_1 точки 1 записываем уравнения прямых A_2C_2 и l_2 .

$$A_2C_2: a_1x + b_1z + 1 = 0, \quad l_2: a_2x + b_2z + 1 = 0,$$

где:

$$a_1 = \frac{z_C - z_A}{z_A(x_C - x_A) - x_A(z_C - z_A)}; \quad b_1 = \frac{x_A - x_C}{z_A(x_C - x_A) - x_A(z_C - z_A)};$$

$$a_2 = \frac{k}{mc - ka}; \quad b_2 = -\frac{m}{mc - ka}.$$

Решая совместно эти уравнения, получаем:

$$x_1 = \frac{b_1 - b_2}{a_1b_2 - a_2b_1}; \quad z_1 = \frac{a_2 - a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.$$

Для нахождения координаты y_1 точки 1 уравнение линии связи l_2l_1 , имеющее вид $x = x_1$, решаем совместно с уравнением проекции A_1C_1

$$a_3x + b_3z + 1 = 0,$$

где:

$$a_3 = \frac{y_C - y_A}{y_A(x_C - x_A) - x_A(y_C - y_A)}; \quad b_3 = \frac{x_A - x_C}{y_A(x_C - x_A) - x_A(y_C - y_A)}.$$

Имеем:

$$y_1 = -\frac{a_3x_1 + 1}{b_3}.$$

Аналогично получаем координаты точки 2:

$$x_2 = \frac{b_2 - b_4}{a_2b_4 - a_4b_2}; \quad y_2 = -\frac{a_5x_2 + 1}{b_5}; \quad z_2 = \frac{a_4 - a_2}{a_2b_4 - a_4b_2},$$

где a_4, b_4, a_5, b_5 – постоянные величины, определяемые исходными данными.

Совместное решение уравнения проекции $l_1: a_6x + b_6z + 1 = 0$ с уравнением прямой $l_1l_2: a_7x + b_7z + 1 = 0$, где a_6, b_6, a_7, b_7 – постоянные величины, дает координаты x_P, y_P искомой точки P :

$$x_P = \frac{b_6 - b_7}{a_6b_7 - a_7b_6}; \quad y_P = \frac{a_7 - a_6}{a_6b_7 - a_7b_6}.$$

Аппликату z_P точки P находим в результате совместного решения уравнения линии связи $P_1P_2: x = x_P$ с уравнением фронтальной проекции l_2 прямой l :

$$z_P = -\frac{a_2x_P + 1}{b_2}.$$

Очевидно, что графический способ является наглядным, простым, но недостаточно точным. Напротив, аналитический способ позволяет получить точное решение, но он не обладает наглядностью и является достаточно сложным. Даже при нахождении линии взаимного пересечения двух поверхностей второго порядка при его использовании возникают значительные трудности. На наш взгляд, графоаналитический способ объединяет преимущества обоих способов. На целесообразность такого подхода указано в работе [5]. Следует отметить, что основу графических пакетов компьютерной графики составляет графоаналитический способ.

Предлагаемый в статье подход позволит усовершенствовать инженерно-геометрическую подготовку студентов в соответствии с требованиями современных образовательных программ и будет способствовать созданию новой дисциплины – инженерной геометрии.

Список литературы

1. **Боровиков И. Ф., Потапова Л. А.** Начертательная геометрия и инженерное образование // Машиностроение и инженерное образование. 2009. № 1. С. 62-67.
2. **Иванов Г. С.** Компетентностный подход к содержанию курса начертательной геометрии // Геометрия и графика. 2013. Т. 1. № 2. С. 3-5. DOI: 10.12737/775.8.
3. **Иванов Г. С.** Начертательная геометрия. М.: Изд-во МГУЛ, 2012.
4. **Иванов Г. С.** Перспективы начертательной геометрии как учебной дисциплины // Геометрия и графика. 2013. Т. 1. № 1. С. 26-27. DOI: 10.12737/467.
5. **Котов И. И., Полозов В. С., Широкова Л. В.** Алгоритмы машинной графики. М.: Машиностроение, 1977.
6. **Сергеев В. И., Иванов Г. С., Дмитриева И. М., Муравьев К. А.** Междисциплинарные связи начертательной геометрии и смежных разделов высшей математики // Геометрия и графика. 2014. Т. 2. № 3-4. С. 8-12. DOI: 10.12737/2124.
7. **Сергеев В. И., Иванов Г. С., Суркова Н. Г., Боровиков И. Ф.** Новые подходы к преподаванию начертательной геометрии в условиях использования информационных образовательных технологий [Электронный ресурс] // Инженерный вестник. 2014. № 12. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/742707.html> (дата обращения: 27.11.2014).

ANALYTICAL METHODS USE IN TEACHING DESCRIPTIVE GEOMETRY

Borovikov Ivan Fedorovich, Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor

Ovsyannikova Tat'yana Nikolaevna

Bauman Moscow State Technical University

bif1986@mail.ru; ovm21@yandex.ru

Teaching descriptive geometry, which is one of the key disciplines in a technical institution of higher education, should be based on the combination of synthetic and analytical methods. To ensure this approach, the authors have developed a set of individual home tasks. During the fulfilment of these tasks students should use graphical, analytical and graphic-analytical methods, and this must be followed by the development of programs in an algorithmic language. The introduction of such approach into educational process will allow providing interdisciplinary connection with analytic geometry and computer science, as well as will lead students to the understanding of the appropriateness of the combination of analytical and graphical methods in geometric modeling.

Key words and phrases: descriptive geometry; analytic geometry; graphic-analytical methods; first positional task; metric tasks; interdisciplinary connections.