Чен Тэсик

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ИМПУЛЬСОВ СОВЕРШЕННЫМИ ДЕФОРМИРОВАННЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

Развита динамическая теория пространственно-временной дифракции фемтосекундных рентгеновских импульсов совершенными деформированными кристаллами при брэгговской геометрии. Рассмотрен случай упругого изгиба кристалла по параболическому цилиндру. На основе рентгено-оптического принципа Гюйгенса-Френеля получено выражение для амплитуды дифрагированного импульса в вакууме. Показана возможность пространственной компрессии импульсов с квадратичной фазой.

Тамбов: Грамота, 2015. № 9 (99). C. 141-143. ISSN 1993-5552.
Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html
Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2015/9/

УДК 548.732
Физико-математические науки

Развита динамическая теория пространственно-временной дифракции фемтосекундных рентгеновских импульсов совершенными деформированными кристаллами при брэгговской геометрии. Рассмотрен случай упругого изгиба кристалла по параболическому цилиндру. На основе рентгено-оптического принципа Гюйгенса-Френеля получено выражение для амплитуды дифрагированного импульса в вакууме. Показана возможность пространственной компрессии импульсов с квадратичной фазой.

Ключевые слова и фразы: динамическая теория дифракции; упруго изогнутый кристалл; фемтосекундный импульс; рентгено-оптический принцип Гюйгенса-Френеля; пространственно-временная дифракция.

Чен Тэсик, к. ф.-м. н., доцент
Московский государственный университет тонких химических технологий имени М. В. Ломоносова
chen.tt@mail.ru

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ИМПУЛЬСОВ СОВЕРШЕННЫМИ ДЕФОРМИРОВАННЫМИ КРИСТАЛЛАМИ©

В последние годы интенсивно идут работы по созданию рентгеновского лазера на свободных электронах, излучающего в жестком рентгеновском диапазоне ($\lambda \sim 1$ Å). В связи с этим актуальность приобретает разработка методов управления характеристиками излучения лазера. Одну из возможностей управления рентгеновскими фемтосекундными импульсами предоставляет явление динамической дифракции рентгеновского излучения в совершенных кристаллах. Динамическая теория зависящей от времени дифракции по Брэггу в совершенных плоских кристаллах была развита на основе формализма функций Грина в статье [4].

Динамическая теория дифракции излучения рентгеновского лазера совершенными кристаллами рассматривалась также в [5-7].

В работах [1; 2] получила развитие общая теория динамической дифракции рентгеновского импульса с произвольной пространственно-временной структурой поля падающего импульса в кристаллах с произвольной толщиной в геометриях Брэгга и Лауэ. Одним из важных результатов этой теории явилась возможность временной компрессии фемтосекундных импульсов [3].

В данной статье развита динамическая теория пространственно-временной брэгговской дифракции рентгеновского импульса в толстом упруго изогнутом кристалле.

Амплитуду поля падающего импульса на входной поверхности кристалла представим в виде

$$E_{inc}(x, z = 0, t) = E(x)\ F\left(ct - \frac{x}{a\gamma_0}\right),$$

где c – скорость света; $a = tg\ \varphi_0 - tg\ \varphi_h$; $\gamma_0 = cos\ \varphi_0$; $\varphi_{0,h}$ – направляющие косинусы для падающей и отраженной волн соответственно.

Ниже для определенности рассмотрим совершенный кристалл, подвергнутый механическому изгибу по параболическому цилиндру. Изгиб будем считать «слабым», что позволяет нам аппроксимировать функцию Грина изогнутого кристалла выражением для неизогнутого идеального кристалла.

Декартовы и косоугольные координаты связаны следующим образом:

$$z = s_0 - s_h, \quad x = \tan\phi_0\, s_0 + \left|\tan\phi_h\right| s_h.$$

Граничные условия для случая Брэгг-геометрии имеют вид:

$$E_0\left(x, z, T\right)\big|_{z=0} = E_{inc}\left(x, 0, T\right),$$
$$E_h\left(x, z, T\right)\big|_{z\to\infty} = 0.$$

Разлагая функцию $F(t)$ в Фурье-интеграл

$$F(t) = (2\pi)^{-1} \int d\omega\, F(\omega)\ exp(-i\ \omega\, t),$$

где Фурье-трансформанта $F(\omega)$ равна

$$F\left(\omega\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} dT\, F\left(T\right) \exp\left(i\omega T\right),$$

получим амплитуду дифрагированного импульса на поверхности слабоизогнутого кристалла:

$$E_h\left(x,z=0,t\right)=i\frac{\chi_h P\pi}{\lambda\left|\gamma_h\right|}\exp\left(i\frac{\pi\gamma_h x^2}{\lambda R_x}\right)\int dx'\exp\left\{-i\frac{\pi\gamma_0}{\lambda R_x}\left(x'\right)^2\right\}E\left(x'\right)F\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}-\frac{\left\{x-x'\right\}}{a\left|\gamma_h\right|}\right)\times$$

$$\times\frac{2J_1\left(\frac{2\sigma\left\{x-x'\right\}}{a}\right)}{\left(\frac{2\sigma\left\{x-x'\right\}}{a}\right)}\exp\left[i\frac{\pi\chi_0\left(x-x'\right)}{a\lambda}\left(\frac{1}{\gamma_0}+\frac{1}{\left|\gamma_h\right|}\right)\right]\theta\left(x-x'\right). \quad (1)$$

Здесь P – поляризационный фактор; $\chi_{h,o}$ – Фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости кристалла; R_x – радиус изгиба кристалла; $\sigma=\pi/\Lambda$, Λ – экстинкционная длина; $J_1(x)$ – функция Бесселя первого порядка; $\theta(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда.

В случае если длительность импульса много меньше характерного времени $t_0=\Lambda/2\pi c$ динамической дифракции, падающий импульс можно аппроксимировать как δ-функцию:

$$F\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}-\frac{\left\{x-x'\right\}}{a\left|\gamma_h\right|}\right)=\delta\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}-\frac{\left\{x-x'\right\}}{a\left|\gamma_h\right|}\right). \quad (2)$$

Аппроксимация (2) справедлива для очень узких импульсов. Например, при отражении (220) от кристалла кремния импульса с $\lambda=0{,}154$ нм время $t_0\cong 3{,}6$ фс.

Из (1) с учетом (2) получаем амплитуду дифрагированного импульса на выходной поверхности кристалла:

$$E_h\left(x,z=0,t\right)=i\frac{\chi_h P\pi}{\lambda\left|\gamma_h\right|}\exp\left(i\frac{\pi\gamma_h x^2}{\lambda R_x}\right)\exp\left[-i\frac{\pi\gamma_0}{\lambda R_x}\left\{x-\frac{a\left|\gamma_h\right|ct}{\left(1+\frac{\left|\gamma_h\right|}{\gamma_0}\right)}\right\}^2\right]\times$$

$$\times E\left\{x-\frac{a\left|\gamma_h\right|ct}{\left(1+\frac{\left|\gamma_h\right|}{\gamma_0}\right)}\right\}\frac{2J_1\left\{2\sigma\left|\gamma_h\right|\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}\right)\right\}}{\left\{2\sigma\left|\gamma_h\right|\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}\right)\right\}}\exp\left[i\frac{\pi\chi_0}{\lambda}\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}\right)\left(1+\frac{\left|\gamma_h\right|}{\gamma_0}\right)\right]\times\ \times\theta\left(ct-\frac{x}{a\gamma_0}\right). \quad (3)$$

Амплитуду дифрагированного импульса в вакууме на расстоянии L_h от кристалла найдем, используя рентгено-оптический принцип Гюйгенса-Френеля, вычислив свертку поля (3) с функцией точечного источника в вакууме $G_0\left(\vec{r}\right)$ по когерентно отражающей поверхности кристалла:

$$E_h\left(\vec{r}_p\right)\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\vec{k}_h\vec{r}_p\right)=-\frac{4i\pi\gamma_h}{\lambda}\int d\vec{r}_h E_h\left(x_h,\, z=0,\ T\right)\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\vec{k}_h\vec{r}_h\right)G_0\left(\vec{r}_p-\vec{r}_h\right),$$

$$G_o\left(\vec{r}\right)=\frac{\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}r\right)}{4\pi r}.$$

Пусть поле падающего импульса на поверхности кристалла имеет фазу, квадратичную по x (параболическое приближение для фазы падающей сферической волны):

$E(x)\cong exp(iæL_0)exp(iæ\gamma_0^2 x^2/2L_0)/L_0$,

а также для функции точечного источника ограничимся параболическим приближением в разложении фазы.

Тогда поле отраженного импульса на расстоянии L_h от кристалла в точке с поперечной координатой ξ_p в момент времени t имеет следующий вид:

$$E_h\left(\vec{r}_P,t\right)\exp\left(i\vec{k}_h\vec{r}_P\right)=\frac{\chi_h P\pi}{L_h\sqrt{\left(\alpha_0+\alpha_h\right)\lambda^3}}\exp\left\{-i\frac{\pi\chi_0^2}{4\lambda a^2\gamma_0^2\left(\alpha_0+\alpha_h\right)}\left(1+\frac{\left|\gamma_h\right|}{\gamma_0}\right)^2\right\}\times$$

$$\times\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}L_h\right)f\left(\xi_P,t\right)\int dk\, G_h\left(k\right)\exp\left\{-i\frac{k^2}{4\pi\left(\alpha_0+\alpha_h\right)}\lambda\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{ik\Phi\left(\xi_P,t\right)\right\},$$

(4)

$$\Phi(\xi_P,t)=\frac{a|\gamma_h|ct\alpha_0}{\left(1+\frac{|\gamma_h|}{\gamma_0}\right)(\alpha_0+\alpha_h)}-a|\gamma_0|ct-\frac{\xi_P\gamma_h}{L_h(\alpha_0+\alpha_h)}+\frac{\chi_0}{2(\alpha_0+\alpha_h)a\gamma_0}\left(1+\frac{|\gamma_h|}{\gamma_0}\right),$$

$$f(\xi_P,t)=\exp\left\{i\frac{\pi\alpha_0a^2|\gamma_h|^2c^2t^2}{\lambda\left(1+\frac{|\gamma_h|}{\gamma_0}\right)^2}-i\frac{\pi\alpha_0^2a^2|\gamma_h|^2c^2t^2}{\lambda\left(1+\frac{|\gamma_h|}{\gamma_0}\right)^2(\alpha_0+\alpha_h)}+i\frac{\pi\chi_0ct}{\lambda}\left(1+\frac{|\gamma_h|}{\gamma_0}\right)\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{-i\frac{\pi\xi_P^2\gamma_h^2}{\lambda L_h^2(\alpha_0+\alpha_h)}\right\}.$$

В формуле (4) $k_h = k_0 + h$, $k_{h,0}$ – волновые векторы дифрагированной и падающей волн соответственно, h – вектор обратной решетки идеального кристалла, $G_h(k)$ – Фурье-компонента функции Грина для идеального кристалла, $\alpha_0 = \gamma_0^2/L_0 - \gamma_0/R_x$, $\alpha_h = \gamma_h^2/L_h + \gamma_h/R_x$, L_0 – расстояние от источника рентгеновских импульсов до кристалла. Здесь рассматривается случай, когда

$\alpha_0 \neq - \alpha_h$.

Интеграл в (4) можно приближенно вычислить аналитически с помощью метода стационарной фазы. Интенсивность отраженного импульса в вакууме в момент времени t равна

$\left|E_h(\vec{r}_p,t)\right|^2=\frac{2\chi_h^2P^2\pi^4}{L_h^2\lambda^4}\left|G_h(k_{stat})\right|^2$, где $k_{stat} = æ(\alpha_0 + \alpha_h)\Phi(\xi_p, t)$.

Пространственный размер отраженного импульса зависит от времени t. Однако, как видно из (4), при $\alpha_0\gamma_0 + \alpha_h(\gamma_0 + |\gamma_h|) = 0$ функция $\Phi(\xi_p, t) = \Phi(\xi_p)$.

В этом случае пространственная ширина отраженного импульса в направлении, поперечном к k_h, оказывается не зависящей от деформации и определяется длиной экстинкции и геометрическими параметрами дифракции:

$\Delta\xi_p = 2\lambda L_h/a\Lambda|\gamma_h|$. (5)

При симметричном отражении (220) от кристалла кремния импульса с $\lambda=0,154$ нм на расстоянии $L_h = 1$ м от кристалла ширина импульса $\Delta\xi_p \approx 25$ мкм.

Из (4) следует, что при $\alpha_0 = - \alpha_h$ для падающего импульса с квадратичной по координате фазой возможна пространственная компрессия отраженного импульса. Для устранения бесконечно большой амплитуды при $\alpha_0 = - \alpha_h$ в (4) необходимо учитывать уже кубические члены разложения фазы функции Грина в вакууме.

Список литературы

1. **Бушуев В. А.** Дифракционное отражение от кристалла фемтосекундных импульсов рентгеновского лазера на свободных электронах // Известия РАН. Серия физическая. 2005. Т. 69. № 12. С. 1710-1715.
2. **Бушуев В. А.** Дифракция фемтосекундных импульсов излучения рентгеновского лазера на свободных электронах // Материалы Симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника – 2005». Нижний Новгород, 2005. С. 279-280.
3. **Бушуев В. А.** О возможности временной компрессии фемтосекундных импульсов излучения рентгеновского лазера на свободных электронах при брэгговском отражении от кристалла // Материалы Симпозиума «Нанофизика и наноэлектроника – 2006». Нижний Новгород, 2006. С. 368-369.
4. **Chukhovskii F. N., Förster E.** Time-Dependent X-ray Bragg Diffraction // Acta Crystallographica (Section A). 1995. Vol. 51. P. 668-672.
5. **Graeff W.** Tailoring the Time Response of a Bragg Reflection to Short X-ray Pulses // Journal of Synchrotron Radiation. 2004. Vol. 11. Part 3. P. 261-265.
6. **Malgrange C., Graeff W.** Diffraction of Short X-ray Pulses in the General Asymmetric Laue Case – an Analytic Treatment // Journal of Synchrotron Radiation. 2003. Vol. 10. Part 3. P. 248-254.
7. **Shastri S. D., Zambianchi P., Mills D. M.** Dynamical Diffraction of Ultrashort X-ray Free-Electron Laser Pulses // Journal of Synchrotron Radiation. 2001. Vol. 8. Part 5. P. 1131-1135.

DYNAMIC THEORY OF SPATIAL-TEMPORAL BRAGG DIFFRACTION OF FEMTOSECOND X-RAY PULSES BY PERFECT DEFORMED CRYSTALS

Chen Tesik, Ph. D. in Physical-Mathematical Sciences, Associate Professor
Moscow State University of Fine Chemical Technologies named after M. V. Lomonosov
chen.tt@mail.ru

The article develops the dynamic theory of the spatial-temporal diffraction of femtosecond X-ray pulses by the perfect deformed crystal in Bragg geometry. The case of the elastic bending of the crystal according to the parabolic cylinder is considered. On the basis of X-ray-optical Huygens-Fresnel principle the author obtains an expression for the amplitude of the diffracted pulse in vacuum. The possibility of the spatial compression of the pulses with the quadratic phase is shown.

Key words and phrases: dynamic theory of diffraction; elastically bent crystal; femtosecond pulse; X-ray-optical Huygens-Fresnel principle; spatial-temporal diffraction.